Mathématique 2ème niveau A — Mini-test n°2 — 5 février 2009

On considère la fonction rationnelle suivante : $f(x)=\frac{1}{3x+3}-\frac{x}{2-x}+\frac{1}{x^2-x-2}$

a) Déterminer D_f , f(0) et Z_f

b) Donner le tableau de signes de f

c) Résoudre à l'aide du tableau de signe l'inéquation $f(x)\leq 0$

d) Proposer une représentation graphique de f cohérente avec les résultats obtenus précédemment.

tot: 23 pts
not: 2 pts

a) D_f : pb si $3x+3=0$ ou $2-x=0$ ou $x^2-x-2=0$

$3(x+1)=0$; $x=2$; $(x-2)(x+1)=0$

$x=-1$; $x=2$ ou $x=-1$

4 $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

1 $f(0)=\frac{1}{3}-0-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$

Z_f : $f(x)=\frac{1}{3(x+1)}+\frac{x}{x-2}+\frac{1}{(x-2)(x+1)}$

$=\frac{(x-2)+x\cdot 3\cdot(x+1)+3}{3(x+1)(x-2)}$

$=\frac{x-2+3x^2+3x+3}{3(x+1)(x-2)}=\frac{3x^2+4x+1}{3(x+1)(x-2)}$

fact de $3x^2+4x+1$: $\Delta=16-4.3=4$

$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{6}$; $x=-1$; $x=-1/3$

donc $3x^2+4x+1=3(x+1)(x+\frac{1}{3})$

8 donc $f(x)=\frac{\cancel{3}(x+1)(x+1/3)}{\cancel{3}(x+1)(x-2)}\left(\underset{\text{si } x\neq -1}{=}\frac{x+1/3}{x-2}\right)$ donc $Z_f=\{-1/3\}$

b)

4

x		-1		$-1/3$		2	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x+1/3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	//	$+$	0	$-$	//	$+$

2 c) $S=[-1/3;2[$

d)

4