Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématique - Deuxième année - Niveau avancé

Date : Décembre 2008

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 2MA2.DF1

Nom de l'élève : ....

Prénom de l'élève : ....

Matériel autorisé

- Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II)

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner les détails des calculs.
- Sauf indication contraire dans un énoncé d'exercice, lorsque cela est possible, on donne les résultats en valeur exacte simplifiée au maximum puis en valeur arrondie au dixième
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ .... / ....

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ .... / ....

Total des points des exercices : .... / ..

Total des points de l'épreuve : .... / ...

Note : / 6

Commentaires du professeur sur le travail

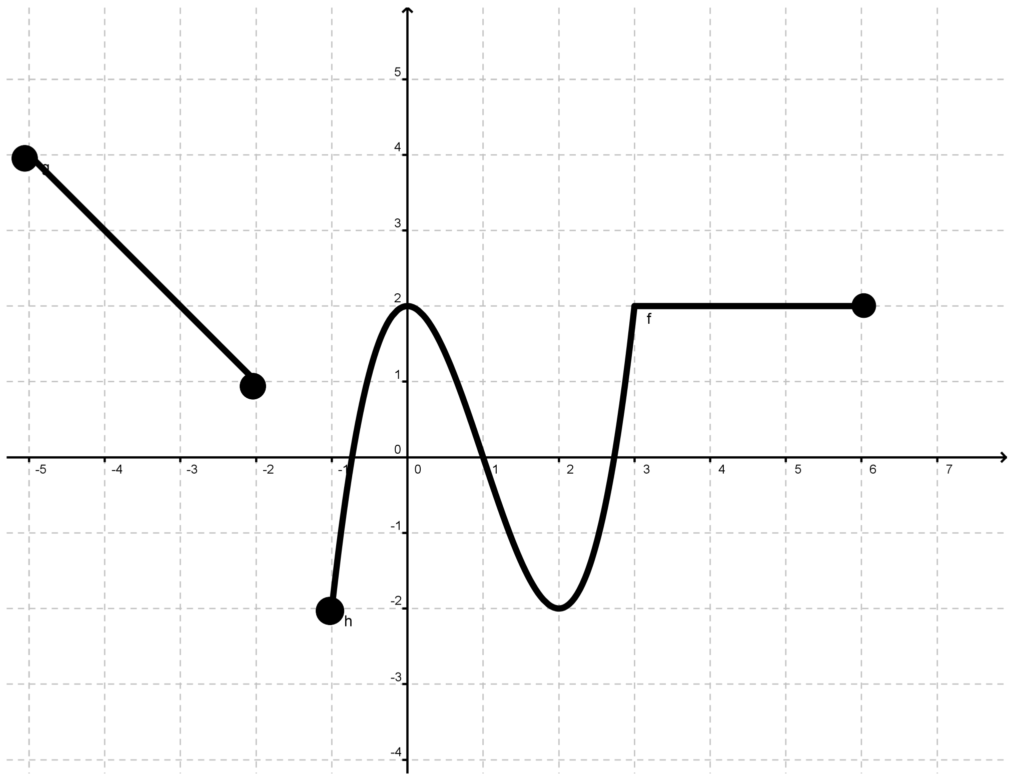
Commentaires de l'élève sur son travail

Rappel : reporter les commentaires du professeur et les vôtres dans votre suivi individualisé des évaluations sur le site http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/

Début du travail

Exercice 1(environ 7 points)

Soit la fonction réelle $f:[-5;6]\to\mathbb{R}$ déterminée par la représentation graphique suivante:



Déterminer graphiquement :

(a) L'image de -4

(b) L'ensemble des préimages de - 2

(c) $f(-1,5)$

(d) $f^{-1}(2)$

(e) L'ensemble Z_f des zéros de f

(f) Le domaine de définition D_f

(g) Les intervalles de croissance et de décroissance (non strictes) de f

Exercice 2(environ 6 points)

On considère la fonction polynomiale f définie par $f(x)=6x^3-7x^2-7x+6$

(a) Quels sont les candidats zéros entiers et rationnels de f

(b) Déterminer l'ensemble des zéros de f et factoriser f le plus possible.

Exercice 3(environ 8 points)

Le stade ci-dessous a la forme de deux deux demi-cercles accolés à un rectangle
Le périmètre de cette figure mesure 400 m.

(a) Exprimer l'aire totale de la figure en fonction du rayon x d'un demi-cercle.

(b) Pour quelle valeur de x l'aire de cette figure est-elle maximale ? Que vaut alors la longueur du segment rectiligne ?

Rappel : on attend un résultat exact puis arrondi au dixième.

Exercice 4(environ 3 points)

La conjecture suivante est-elle vraie ou fausse? Justifier.

Conjecture

Si f est la fonction réelle définie par $f : x \mapsto \dfrac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x^2 + 2}$, alors f est une fonction polynomiale.

Exercice 5(environ 6 points)

Soit le triangle ΔABC avec $\overline{AB} = 5\,cm$, $\overline{BC} = 3\,cm$ et $\overline{AC} = 7\,cm$.

(a) Résoudre le triangle ΔABC

On considère la médiane m issue de C et I le point d'intersection de m avec [AB].

(b) Calculer la longueur $\overline{CI}$

Exercice 6(environ 7 points)

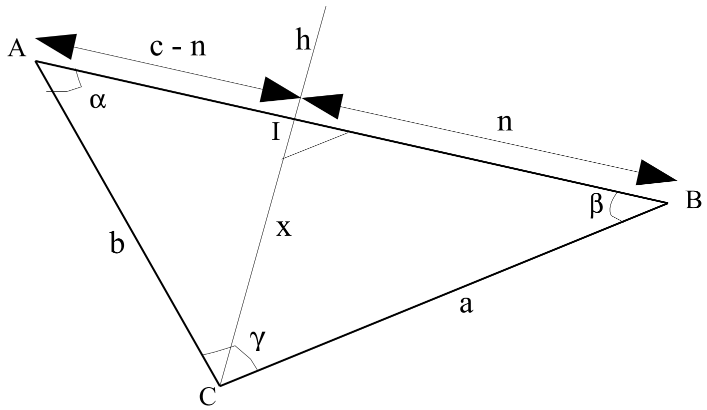
On considère le théorème du cosinus.

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant hypothèses et conclusions

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème; donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire [directement sur l'énoncé]:

Démonstration

On trace h la hauteur issue de [...............], puis on note I le point d'intersection de h avec [...............] et x la longueur $\overline{CI}$; on note également n la longueur [...........]



On a : $b^2 = x^2 + [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$

car[ARG1 : ....]

càd : $b^2 = x^2 + c^2 - [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots] + n^2$

car[ARG2 : ....]

On a : $a^2 = x^2 + n^2$

car [ARG3 : ....]

càd : $[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots] = a^2 - n^2$,

car [ARG2 : ....]

$b^2 = a^2 - n^2 + c^2 - 2cn + [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$, car [ARG 5 : ....]

$b^2 = [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$, car [ARG6 : ....]

On a aussi : $[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots] = \dfrac{n}{a}$

car [ARG 7 : ....]

d'où : $a \cdot \cos(\beta) = [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$

car[ARG 8 : ....]

D'où $b^2 = [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$, car [ARG9 : ....]

Un raisonnement similaire donne les deux autres égalités.