2Ma2DF1 SE71 Corrigé

ex1: [/14]

a) $f(-4) = 3$ (1)

b) $f^{-1}(-2) = \{-1; 2\}$ (2)

c) $f([-1,5)$ $\nexists$ (1)

d) $f^{-1}(2) = \{-3\} \cup \{0\} \cup [3;6]$ (3) ou $\{-3;0\} \cup [3;6]$

e) $Z_f \cong \{-0,7; 1; 2,7\}$ (2)

f) $D_f = [-5;-2] \cup [-1;6]$ (2)

g) Int $\nearrow$: $[-1;0] \cup [2;6]$
Int $\searrow$: $[-5;-2] \cup [0;2] \cup [3;6]$ (3)

ex2: [/12]

a) $\mathbb{Z}$: $\{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$

$\mathbb{Q}$: $\dfrac{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6} \rightsquigarrow \left\{\pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{1}{6}; \pm \frac{2}{3}; \pm \frac{3}{2}\right\}$ (3)

b) on essaye... $f(-1) = -6-7+7+6 = 0$

on divise par $x+1$:

$$
\begin{array}{rl|l}
 & 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 & x+1 \\ \cline{3-3}
- & 6x^3 + 6x^2 & 6x^2 - 13x + 6 \\ \cline{2-2}
 & -13x^2 - 7x + 6 & \\
- & -13x^2 - 13x & \\ \cline{2-2}
 & 6x + 6 & \\
 & 6x + 1 & \\ \cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

(4)

donc $f(x) = (x+1)(6x^2 - 13x + 6)$

reste à factoriser $6x^2 - 13x + 6$:

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 169 - 144$
$= 25$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{13 \pm 5}{12}$ — $x_1 = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$; $x_2 = \dfrac{8}{12} = +\dfrac{2}{3}$

donc $6x^2 - 13x + 6 = 6(x - 3/2)(x + 2/3)$ (4)

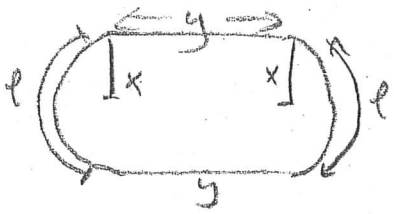
donc $f(x) = 6(x+1)(x - 3/2)(x + 2/3)$

$$\left(\begin{aligned} &= 6(x+1)\left(\frac{2x-3}{2}\right)\left(\frac{3x+2}{3}\right) \\ &= (x+1)(2x-3)(3x+2) \end{aligned} \right)$$

$Z_f = \{-1 ; +\frac{2}{3} ; +\frac{3}{2}\}$ (1)

ex 3:

[/16]



2ℓ = périmètre du cercle
$= 2\pi x$

périmètre de la figure :

$2\ell + 2y = 400$
$\ell + y = 200$
$\pi x + y = 200$

soit $y = 200 - \pi x$ (6)

a) $A(x) = \pi x^2 + 2x \cdot y$
$= \pi x^2 + 2x(200 - \pi x)$
$= \pi x^2 + 400x - 2\pi x^2$
$= -\pi x^2 + 400x$ (4)

b) $A(x) = -\pi x^2 + 400x$ $\qquad \Delta = b^2 - 4ac = b^2 = 400^2$

Sommet $S\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$S\left(-\frac{400}{-2\pi} ; -\frac{400^2}{-4\pi}\right)$

$S = \left(\frac{200}{\pi} ; \frac{40000}{\pi}\right)$

A est maximale pour $x = \frac{200}{\pi}$ [m], donc $y = 200 - \pi \cdot \frac{200}{\pi}$ (3)

$\cong 63,7$ [m] $\qquad = 0$!

C'à d qu'il faut une figure circulaire ! (2)

ex 4 :

[/6]

$$\frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x^2+2} = \frac{x^2(x-1) + 2(x-1)}{x^2+2}$$

$$= \frac{(x-1)\cancel{(x^2+2)}}{\cancel{x^2+2}}$$

$$= x - 1$$

on peut simplifier pour tout $x \in \mathbb{R}$, car $x^2 + 2 \neq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$

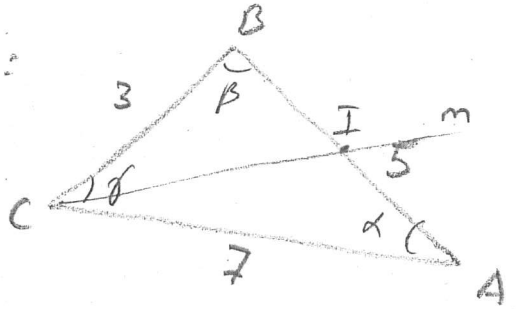
donc, c'est vrai

1 + 5

ex 5 :

[/12]

a)



analyse : comme $5+3>7$, il y aura une unique solution !

thm cosinus : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

$\Leftrightarrow 3^2 = 7^2 + 5^2 - 2\cdot 7\cdot 5\cdot\cos(\alpha)$

$\Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{65}{70}\right)$ (3)

$\cong 21,8°$

thm cosinus : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$

$\Leftrightarrow 7^2 = 3^2 + 5^2 - 2\cdot 3\cdot 5\cdot\cos(\beta)$

$\Leftrightarrow \beta = \cos^{-1}\left(\frac{-15}{30}\right)$ (3)

$= 120°$

thm 180 : $\gamma = 180 - \alpha - \beta$ (2)

$\cong 38,2°$

b) m est la médiane, donc $\overline{BI} = 2,5$ cm (1)

thm cosinus : $\overline{CI}^2 = a^2 + \overline{BI}^2 - 2\cdot a\cdot\overline{BI}\cos(\beta)$

$= 3^2 + (2,5)^2 - 2\cdot 3\cdot 2,5\cdot\cos(120)$

$= 22,75$

$\overline{CI} \cong 4,8$ [m] (3)

ex6 : a) Thm cosinus

[/13]

Si ΔABC est un triangle quelconque (HYP)

Alors on a $\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha) \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta) \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma) \end{cases}$ (CONCL)

(3)

b) 11x [...] } (20) → (10)
9 x ARG

Exercice 6(environ 7 points)

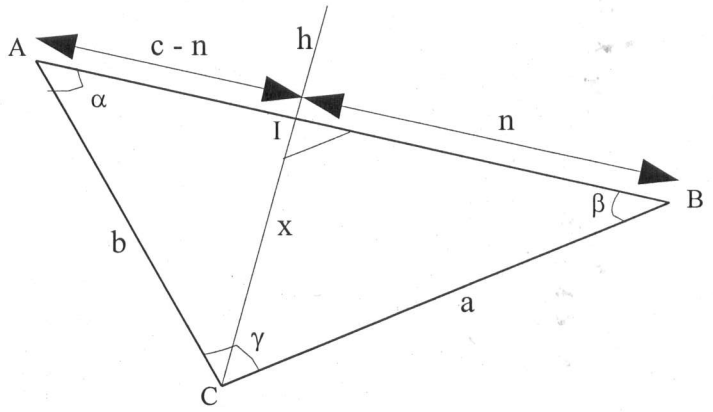
On considère le théorème du cosinus.

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant hypothèses et conclusions

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème; donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire [directement sur l'énoncé]:

Démonstration

On trace h la hauteur issue de [.....C.....], puis on note I le point d'intersection de h avec [...[AB]...] et x la longueur $\overline{CI}$; on note également n la longueur [...$\overline{BI}$...]



On a : $b^2=x^2+$[$(c-n)^2$]

car[ARG1 : thm Pythagore]

càd : $b^2=x^2+c^2-$[$2cn$]$+n^2$

car[ARG2 : id rem]

On a : $a^2=x^2+n^2$

car [ARG3 : thm Pyth]

càd : [x^2]$=a^n-n^2$,

car [ARG2 : soustrait n^2 des 2 côtés de l'équation]

$b^2=a^2-n^2+c^2-2cn+$[n^2] , car [ARG 5 : on substitue x^2 par a^2-n^2]

$b^2=$[a^2+c^2-2cn] , car [ARG6 : $-n^2+n^2=0$]

On a aussi : [$\cos(\beta)$]$=\frac{n}{a}$

car [ARG 7 : déf cos dans Δ rectangle] 2

d'où : $a\cdot\cos(\beta)=$[n]

car[ARG 8 : mult. par a des 2 côtés de l'égalité]

D'où $b^2=$[$a^2+c^2-2ca\cos(\beta)$] , car [ARG9 : on substitue n par $a\cos(\beta)$]

Un raisonnement similaire donne les deux autres égalités.