Travail intermédiaire de mathématiques n°2

<table>
<tr>
<td>
Date : 23 novembre 2008
Durée : 90 minutes
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 2MA2.DF1

Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....
</td>
<td rowspan="2">
Informations chiffrées après correction du maître
Notations (une coche par faute) :
Fautes : → ...... / ...
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : → ...... / ...

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Matériel autorisé
○ Calculatrice personnelle TI34
Remarques
○ Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
○ Indiquez vos initialesen haut de chaque page
</td>
</tr>
<tr>
<td>Commentaires du maître sur le travail</td>
<td>Commentaires de l'élève sur son travail</td>
</tr>
</table>

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/mode-d-emploi-pour-commencer-le-suivi-individualise-des-evaluations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
  - un élève dont la note initiale N est ≥ 4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Début du travail

Exercice 1 (environ 5 points)

Soit f la fonction polynomiale déterminée par $f(x)=2x^3+5x^2+x-2$

(a) identifier les candidats zéros entiers et rationnels de f

(b) Déterminer l'ensemble des zéros de f ainsi que la factorisation complète de f.

(c) Donner le tableau de signes de f.

(d) Proposer une représentation graphique de f cohérente avec les résultats trouvés précédemment (calculer si nécessaire quelques images).

Exercice 2 (environ 2 points)

Quelle(s) valeurs(s) faut-il donner à a pour que $2x^3-(ax)^2+x-2$ soit divisible par $x-2$?

Exercice 3 (environ 3 points)

On doit percer un tunnel sous le Gothard à travers une montagne de 3800 m de haut. A une distance de 3000 m de la base de la montagne, l'angle d'élévation est de 32°. Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 2500 m de la base est de 50°.
Calculer la longueur du tunnel.

Exercice 4 (environ 2 points)

Soit $\alpha=135°$ et $\beta=150°$ deux angles.

(a) Représenter graphiquement $\sin(\alpha), \cos(\alpha), \sin(\beta)$ et $\cos(\beta)$

(b) Déterminer la valeur exacte de $\sin(\alpha)$ et de $\cos(\beta)$ en justifiant par des arguments géométriques

Indication : voir au tableau les valeurs exactes pour $\alpha\in]0°;90°[$

Exercice 5 (environ 3 points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a) Une fonction polynomiale de degré 4 admet toujours au moins un zéro.

(b) Dans tout triangle non équilatéral, il y un angle de mesure strictement supérieure à 60°.

(c) Si $\alpha\in]0°;90°[$, alors $\sin(\alpha)=\sin(180-\alpha)$

Exercice 5 (environ 4.5 points)

On considère le théorème suivant :

Théorème : Soit f une fonction polynomiale et $c \in \mathbb{R}$. Si $f(c)=0$, alors $x-c$ divise $f(x)$

(a) Identifiaer précisément les hypothèses et conclusions de ce théorème.

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème; donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire [directement sur l'énoncé] :

Démonstration :

On effectue la division de f(x) par (x - c) et on obtient :

f(x) = q(x) [.....................] + r(x) , avec q(x) et r(x) deux polynômes.

Soit d le degré de r(x).
Alors d = 0,

car [ARG 1: ....]

Donc on peut écrire r(x) = k, avec une constante réelle,

car [ARG 2: ....]

On en déduit que :

f(x) = q(x) (x - c) + [........]

Donc :

f(c) = q(c) (c - c) + k,

car [ARG 3: ....]

c'est-à-dire
f(c) = [........]

car [ARG 4: ....]

Donc f(x) = [..............] (x - c) + f(c)

Mais on sait que f(c)=0

car [ARG 5: ....]

On en déduit donc que f(x) = q(x) [.............] + 0, c'est-à-dire f(x) = q(x) [.............]

Ainsi on a bien que [.............] divise f(x)