Ma2N - 2008-09 Corrigé du travail 90° n°2

1. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$

[/20] a) candidats zéros $\mathbb{Z}$: $\{\pm 1; \pm 2\}$
candidats zéros $\mathbb{Q}$: $\{\pm \frac{1}{2}\}$ (3)

b) on essaye ... $f(-1) = -2 + 5 - 1 - 2 = 0$

on divise par $x+1$:

$$\begin{array}{rl|l} & 2x^3 + 5x^2 + x - 2 & x+1 \\ - & 2x^3 + 2x^2 & 2x^2 + 3x - 2 \\ \hline & 3x^2 + x - 2 & \\ - & 3x^2 + 3x & \\ \hline & -2x - 2 & \\ - & -2x - 2 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

(4)

donc $f(x) = (x+1)(2x^2 + 3x - 2)$

⇒ on factorise $2x^2 + 3x - 2$: $\Delta = 9 - 4 \cdot 2(-2)$
$\Delta = 25$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$ → $x_1 = 1/2$, → $x_2 = -2$

donc $2x^2 + 3x - 2 = 2(x - \frac{1}{2})(x+2)$ (3)

finalement : $Z_f = \{-2; -1; \frac{1}{2}\}$ (1)

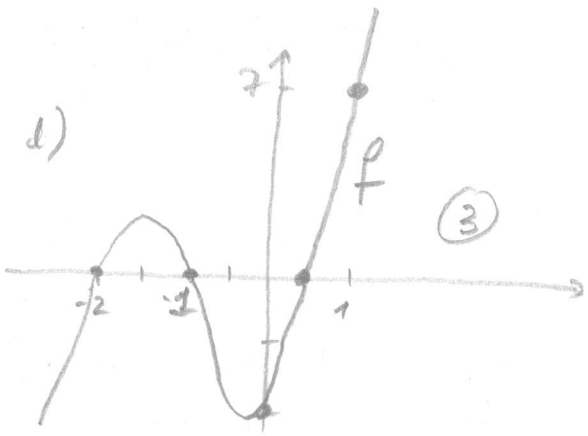
$f(x) = (x+1)\, 2\, (x - \frac{1}{2})(x+2)$
$= (x+1)(2x-1)(x+2)$ (2)

c)

x		-2		-1		$1/2$	
$x+1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x-1$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

(4)

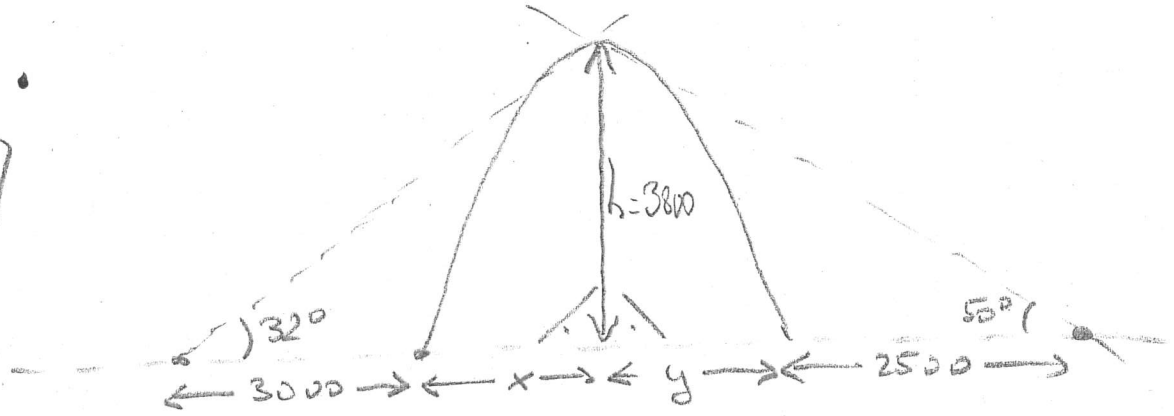
d)



(3)

3.

[/11]



(4)

- $tg(32) = \frac{3800}{x+3000} \Leftrightarrow x+3000 = \frac{3800}{tg(32)}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3800}{tg(32)} - 3000$

$\simeq 688,6\ m$ (3)

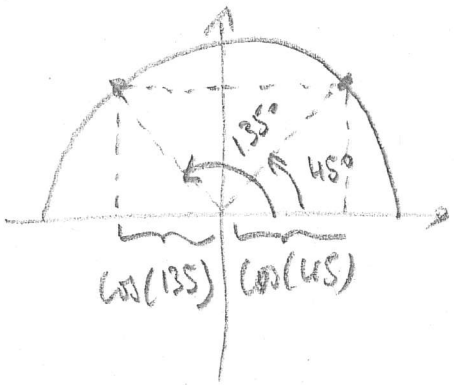
- $tg(50) = \frac{3800}{y+2500} \Leftrightarrow y = \frac{3800}{tg\,50} - 2500$

$\simeq 3081,3\ m$ (3)

longueur du tunnel : $x+y \simeq 3769,9\ m$ (1)

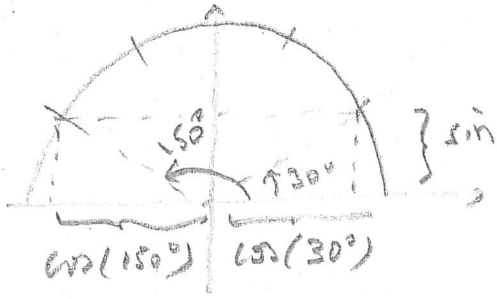
4.

[/8]



$\sin(135) = \sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos(135) = -\cos(45) = -\sqrt{2}/2$



$\sin(150) = \sin(30°) = \frac{1}{2}$

$\cos(150) = -\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) (4)

b) (4)

5. a) Faux

[/11] 1+2 C-ex: $f(x) = x^4 + 1$ n'a pas de zéro

b) Vrai

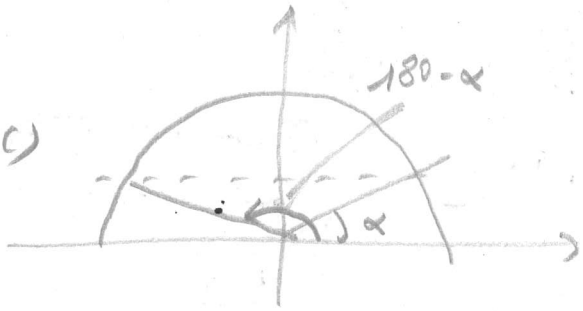
Dém:

1+3

on a $\alpha + \beta + \gamma = 180$

Si on avait $\alpha < 60$
$\beta < 60$
$\gamma < 60$
ce serait impossible

c)



c'est vrai

1+3

a) Soit f polyn, $c \in \mathbb{R}$) HYP
Si $f(c) = 0$
[/18]) CONC (3)
alors $x - c \mid f(x)$

b) (15)

2. $x-2 \mid 2x^3 - (ax)^2 + x - 2 \iff f(2) = 0$

[/7]

$\iff 2 \cdot 2^3 - (a \cdot 2)^2 + 2 - 2 = 0$

$\iff 16 - 4a^2 = 0$

$\iff 4a^2 = 16$

$\iff a^2 = 4$

$\iff a = \pm 2$

Exercice 5 (environ 4.5 points)

On considère le théorème suivant :

Théorème : Soit f une fonction polynomiale et $c \in \mathbb{R}$. Si $f(c)=0$, alors $x-c$ divise $f(x)$

(a) Identifiaer précisément les hypothèses et conclusions de ce théorème.

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème; donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire [directement sur l'énoncé] :

Démonstration :

On effectue la division de f(x) par (x - c) et on obtient :

f(x) = q(x) [..(x-c)....] + r(x) , avec q(x) et r(x) deux polynômes.

Soit d le degré de r(x).
Alors d = 0,

car [ARG 1: 0 ≤ degré(r(x)) < degré (x-c) = 1 , donc r est de degré 0]

Donc on peut écrire r(x) = k, avec une constante réelle,

car [ARG 2: un pol. de degré 0 est une constante (par déf)]

On en déduit que :

f(x) = q(x) (x - c) + [..k...]

Donc :

f(c) = q(c) (c - c) + k,

car [ARG 3: on choisit x = c]

c'est-à-dire
f(c) = [...0..]

car [ARG 4: c - c = 0]

Donc f(x) = [...q(x)..] (x - c) + f(c)

Mais on sait que f(c)=0

car [ARG 5: par hypothèse]

On en déduit donc que f(x) = q(x) [..x-c..] + 0, c'est-à-dire f(x) = q(x) [..x-c..]

Ainsi on a bien que [..x-c] divise f(x)