Travail intermédiaire de mathématiques n°4

Date : 7 mai 2009

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 2Ma2DF1

Nom: ....

Prénom: ....

Groupe: ....

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI34

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initialesen haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ ...... / ...

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ ...... / ...

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://ageliaco.org:16004/maths-delley/generalites/evaluation/mode-d-emploi-pour-commencer-le-suivi-individualise-des-evaluations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
  - un élève dont la note initiale N est ≥ 4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur http://ageliaco.org:16004/maths-delley/generalites/evaluation/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Début du travail

Exercice 1 *(environ 5 points)*

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ représenter les solutions comprises dans $x \in [\,0;2\pi\,[$ sur un cercle trigonométrique.
Rappel : lorsque cela est possible, on donnera les réponses en valeurs exactes, sinon en valeurs arrondies au dixième.

(a) $\sin^2(x) = \sin(x)$

(b) $\cos^{-1}(x) = 1$

(c) $-\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 2 *(environ 2 points)*

Résoudre l'inéquation suivante dans $x \in [\,0;2\pi\,[$ et représenter les solutions comprises sur un cercle trigonométrique: $\tan^2(x) < 3$
Rappel : lorsque cela est possible, on donnera les réponses en valeurs exactes, sinon en valeurs arrondies au dixième.

Exercice 3 *(environ 6 points)*

On considère la fonction réelle f déterminée par : $f(x) = 4\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$.

(a) Déterminer son domaine de définition D_f

(b) Déterminer l'ensemble des zéros de f

(c) Calculer les images en valeurs exactes et approchées de:

0, de π , de $-\frac{\pi}{3}$ et de $\frac{5\pi}{3}$

(d) Déterminer algébriquement la période de f

(e) Tracer une représentation graphique précise de f dans l'intervalle $[-4\pi;4\pi[$

Exercice 4 *(environ 3 points)*

Vrai ou faux ? Justifier soit par des calculs, soit par des schémas, ...

(a) Si $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$, alors $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

(b) Si $x \in \mathbb{R}$, alors: $\sin(2x) = 2\sin(x)$

Exercice 5 *(environ 5 points)*

On considère le :

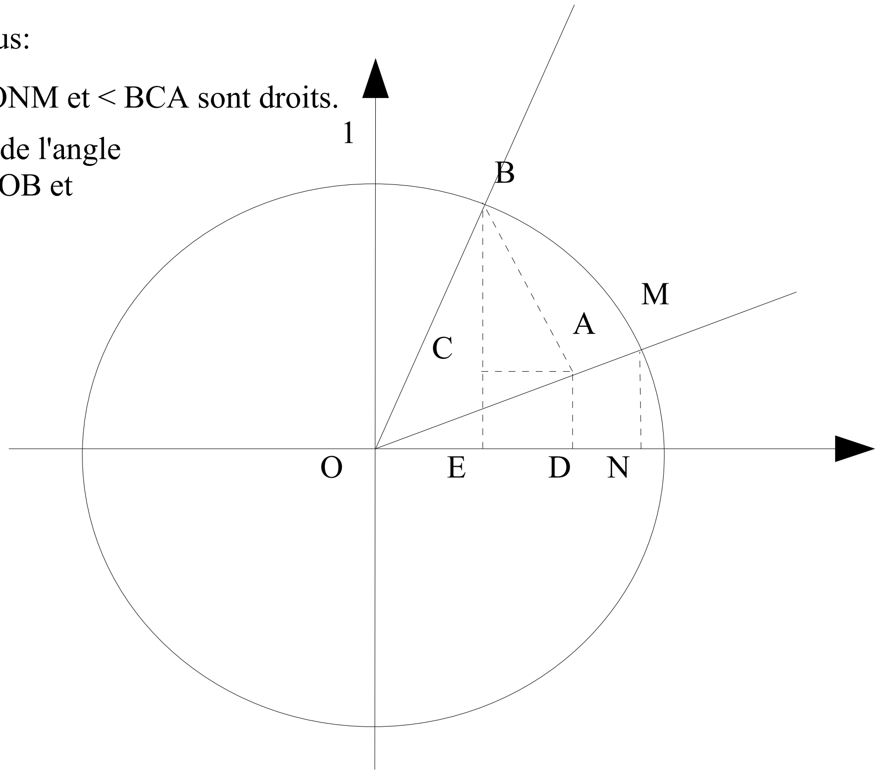
Théorème: Si $x \in \mathbb{R}$, alors on a: $\cos(x+y)=\cos(x)\cos(y)-\sin(x)\sin(y)$

On donne la démonstration ci-dessous:

(a) Les angles <OAB, <ODA, <ONM et < BCA sont droits.

Posons x la mesure en radian de l'angle <NOM, y celle de l'angle <AOB et z celle de l'angle <CBA.

Montrer que x est égal à z.



(b)On a :

$\cos(x+y) = \overline{OE}$, car [ARG 1......................................]

$= [..........]-\overline{DE}$

$= \overline{OD}-\overline{[..........]C}$

$= \dfrac{\overline{OD}}{\overline{OB}}-\dfrac{\overline{AC}}{\overline{OB}}$, car [ARG 2 …...]

$= (\dfrac{\overline{OD}}{\overline{OB}})\cdot(\dfrac{[........]}{\overline{OA}})-(\dfrac{\overline{AC}}{\overline{OB}})\cdot(\dfrac{\overline{BA}}{\overline{BA}})$, car [ARG 3...]

$= (\dfrac{\overline{OD}}{\overline{OA}})\cdot(\dfrac{\overline{OA}}{[...........]})-(\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BA}})\cdot(\dfrac{\overline{BA}}{\overline{OB}})$

$= (\dfrac{\overline{ON}}{\overline{OM}})\cdot(\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}})-(\dfrac{\overline{MN}}{\overline{OM}})\cdot(\dfrac{\overline{BA}}{\overline{OB}})$, car [ARG 4...]

$= \overline{ON}\cdot\overline{OA}-\overline{MN}\cdot\overline{BA}$, car [ARG 5...]

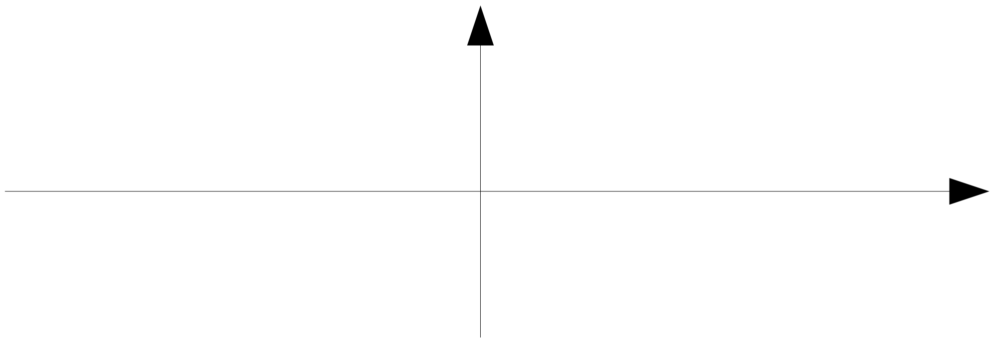
$= \cos(x)\cos[..........]-\sin[...........]\sin(y)$

Remplir chacun des [...........] directement sur l'énoncé et donner pour chaque [ARG] le ou les arguments nécessaires.

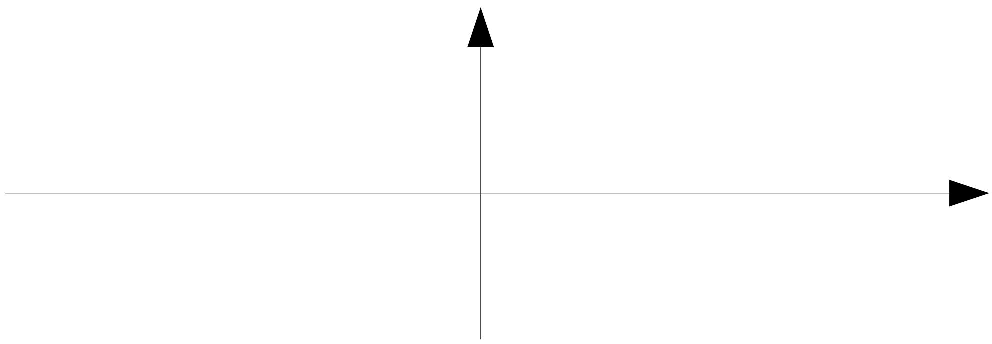
Exercice 6 *(environ 3 points)*

Tracer dans le même repère ci-dessous, en utilisant des couleurs différentes - une représentation graphique des fonctions réelles suivantes. On ne demande pas de calcul, mais seulement l'allure générale des fonctions ainsi qu'un choix pertinent de l'échelle.

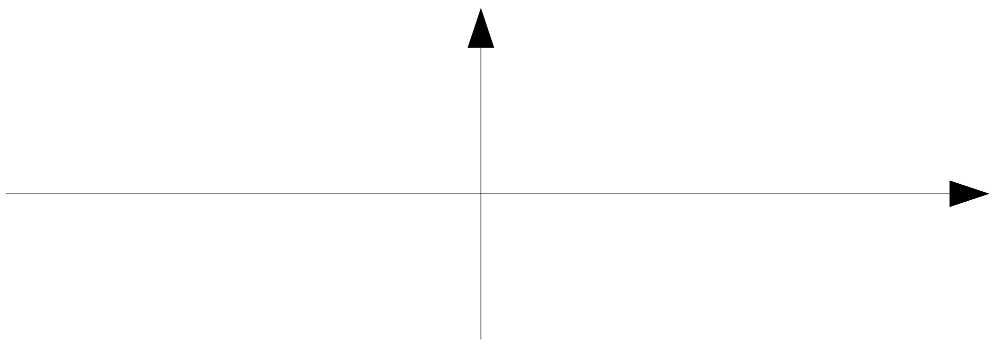
(a) $f(x)=\sin(x)$



(b) $f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}\right)$



(c) $f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$



(d) $f(x)=4\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$