Collège de Saussure Année scolaire 2011-2012

ÉPREUVE SEMESTRIELLE DE MATHÉMATIQUES Date : 16 décembre 2011

Nom:	**Prénom:**	
Groupe :	**Points:**	**Note:**

Cours (sigle) : 2MA2.DF01

Durée : 120 minutes

Nombre de pages de l'énoncé (y compris la page d'en-tête) : 3

Recto/verso : oui

Annexe(s) (titre et nombre de pages) : aucune

Nombre de points de l'examen : 80

Documents et matériel autorisés	
a) mis à disposition par le collège :	**b) personnels à l'élève :**
feuilles quadrillées	calculatrice non graphique

Tous les calculs et toutes les étapes de vos raisonnements doivent figurer clairement sur votre copie.

Début du travail

Exercice 1 (14 points)

Soit la fonction réelle f définie par $f(x)=\sqrt{8x+4}$:

(a) Déterminer l'ensemble des zéros de f.

(b) Déterminer le domaine de définition de la fonction f et celui de la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

(c) Calculer l'ordonnée à l'origine de f.

(d) Calculer l'image de 4 par la fonction f.

(e) Calculer l'ensemble des préimages de 5 par la fonction f.

(f) Esquisser la représentation graphique de f à l'aide de toutes les informations trouvées ci-dessus.

Exercice 2 (14 points)

On considère les deux fonctions réelles *f* et *g* déterminées par :

$$f(x) = -4(3+x)+x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = x(2x-1)-10$$

(a) Déterminer la forme standard de *f(x),* ainsi que les coordonnées du sommet de sa représentation graphique.

(b) Déterminer la forme factorisée de *g(x)* et l'ensemble des zéros de *g*.

(c) Déterminer les coordonnées du sommet de la représentation graphique de *g*.

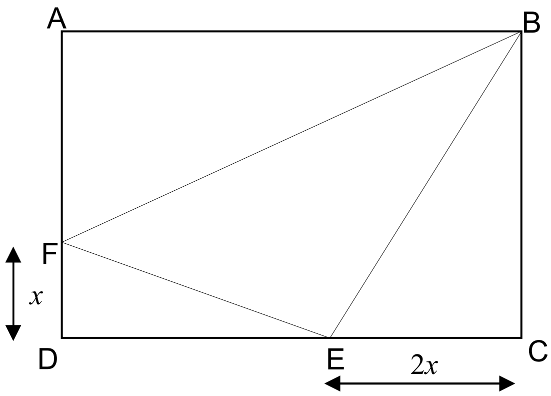
(d) Représenter graphiquement *f* et *g* dans un même repère pour $-4 \leq x \leq 7$.

Exercice 3 (14 points)

ABCD est un rectangle de longueur $\overline{AB} = 18\,\text{m}$ et de largeur $\overline{BC} = 12\,\text{m}$

F est un point du côté $[AD]$ tel que $\overline{DF} = x$

E est un point côté $[CD]$ tel que $\overline{CE} = 2x$



(a) Déterminer le domaine des valeurs intéressantes pour le problème D_{vipp} .

(b) Exprimer en fonction de *x* l'aire du triangle ΔBCE et celle du triangle ΔDEF .

(c) Montrer que, pour tout $x \in D_{vipp}$, la mesure en mètres de l'aire du triangle ΔBEF est égale à $x^2 - 12x + 108$

(d) Quelle valeur faut-il donner à *x* pour que l'aire du triangle ΔBEF soit minimale et quelle est cette aire minimale ?

(e) Quelle valeur faut-il donner à *x* pour que l'aire du triangle ΔBEF soit maximale et quelle est cette aire maximale ?

Exercice 4 (17 points)

On considère la fonction polynomiale *f* déterminée par $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 2$.

(a) Déterminer Z_f l'ensemble de ses zéros.

(b) Factoriser le plus possible *f(x)*.

(c) Donner le tableau de signes de *f(x)*.

(d) Proposer une représentation graphique de *f* cohérente avec les informations obtenues jusque-là, en calculant si nécessaire quelques images supplémentaires.

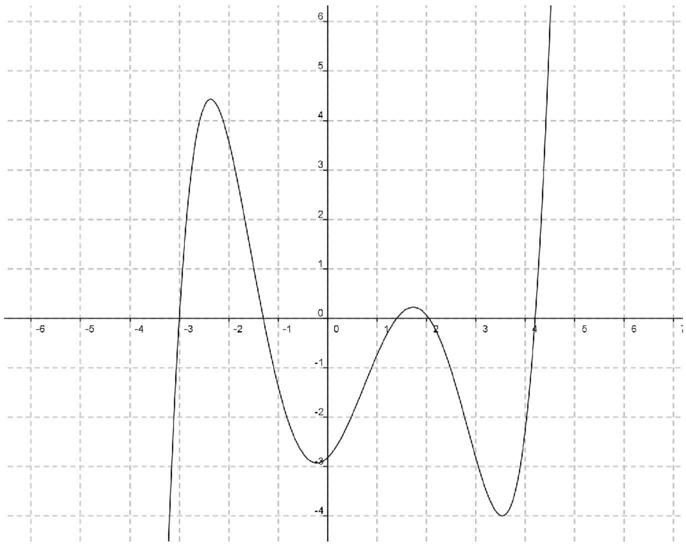
(e) Gaston affirme que *f(x)* est maximale pour *x* = 1. A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 5 *(13 points)*

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a) Si le polynôme *P(x)* possède exactement deux racines, alors *P(x)* est de degré 2.

(b) Soit *f* une fonction polynomiale dont on donne une représentation graphique :



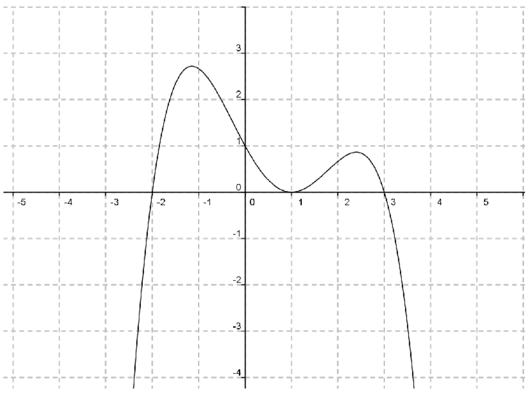
i. Alors (x +3) divise $f(x)$.

ii. Alors le reste de la division de $f(x)$ par (x+2) est positif

(c) Si on effectue la division euclidienne d'un polynôme de degré 5 par un autre polynôme et que le quotient de cette division est de degré 4, alors le reste de cette division est une constante.

Exercice 6 *(8 points)*

Soit *P* la fonction polynomiale de degré minimal qui correspond à la représentation graphique ci-dessous :



(a) Déterminer une expression algébrique factorisée de $P(x)$.

(b) Construire le tableau de signes complet de la fonction *P*, à savoir qui ne soit pas directement obtenu de la représentation graphique mais contienne les signes de chacun des facteurs de *P(x).*