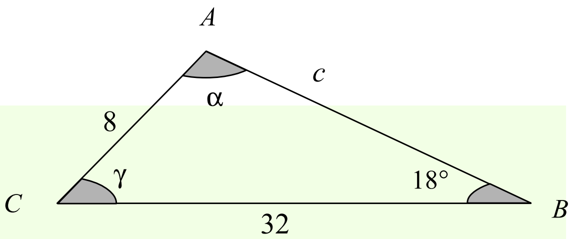
Mini-test de mathématiques n°2

Date : 13 janvier 2014 Durée : 20' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 2Ma2DF02 **Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**: .... Points : Note :	Matériel autorisé o Calculatrice personnelle non graphique, non programmable o Table numérique Remarques o **Répondre sur l'énoncé** (joindre si nécessaire un feuille annexée) o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!

Résoudre les triangles suivants :



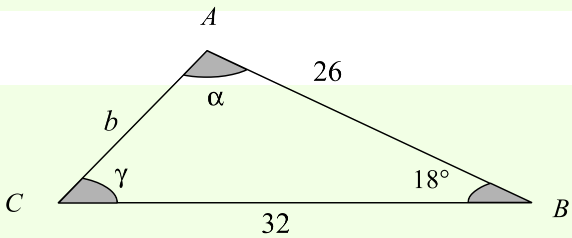
(a) $a=32, b=8, \beta=18°$

On analyse la situation : on n'est dans aucun des cas C-A-C (avec les côtés adjacents à l'angle connu), C-C-C ou A-C-A ; il pourrait donc à priori y avoir deux solutions ... ou aucune !

On utilise le théorème du sinus :

$\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\theta)}{c}\Leftrightarrow\frac{\sin(\alpha)}{32}=\frac{\sin(18)}{8}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$, soit $\sin(\alpha)=\frac{\sin(18)\cdot 32}{8}\simeq 1,24>1$

Il n'y a donc pas de solution à ce problème ! Remarque : on aurait pu utiliser le théorème du cosinus ; on aurait eu à résoudre une équation du 2e degré qui aurait également montré qu'il y n'y a pas de solution à ce problème.



(b) $a=32, c=26, \beta=18°$

On analyse la situation : par C-A-C (avec les côtés adjacents à l'angle connu), il y a une unique solution.

On calcule b par le théorème du cosinus :

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos(\beta)=32^2+26^2-2\cdot 32\cdot 26\cdot\cos(18)\simeq 117,44$, d'où $b\simeq 10.84$

Comme on a un angle aigü dans le triangle, il pourrait y avoir un angle obtu ... il faut donc faire attention avec avec l'utilisation de $\sin^{-1}$.

On préfère donc utiliser le théorème du cosinus pour calculer un autre angle :

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos(\alpha)$, soit $32^2\simeq 10.84^2+26^2-2\cdot 10.84\cdot 26\cos(\alpha)$, d'où on déduit que

$\alpha\simeq\cos^{-1}\left(\frac{32^2-10.84^2-26^2}{-2\cdot 10.84\cdot 26}\right)\simeq 114.14°$. Et le dernier angle : $\gamma\simeq 180-18-114.14=47.86°$

Remarque : si on avait utilisé le théorème du sinus pour déterminer directement α , on aurait trouvé :

$\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c}\Leftrightarrow\frac{\sin(\alpha)}{32}\simeq\frac{\sin(18)}{10.84}\simeq\frac{\sin(\gamma)}{26}$ d'où $\sin(\alpha)\simeq\frac{\sin(18)\cdot 32}{10.84}$ et donc

$\alpha=\sin^{-1}\left(\frac{\sin(18)\cdot 32}{10.84}\right)\simeq 65.81°$, ce qui n'est pas la bonne réponse pour le triangle. La bonne réponse est la seconde préimage, soit $\alpha\simeq 180-65.81=114.19°$ (la petite différence avec la solution trouvée précédemment produit des erreurs d'arrondis).