Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématiques - 2e année niveau avancé

Date	12 décembre 2013
Durée	120 minutes
Maître correcteur, cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley : 2MA2.DF05 (15 él.)
Nombre de pages	5
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	6
Documents et matériel autorisés	personnels : calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent
	fournis par le collège : feuilles quadrillées
Directives	sauf indication contraire, il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.

Nom : ....

Prénom : .... **Points :**

Groupe : ....

Cours : .... **Note** :

Exercice 1 (environ 12 points)

Pour chacune des fonctions réelles définies ci-dessous, déterminer le domaine de définition, l'ensemble des zéros et l'ordonnée à l'origine.

(a) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

(b) $g(x)=\dfrac{x^2-8x+9}{x^3-x}$

Exercice 2 (environ 14 points)

On considère la fonction réelle *f* définie par $f(x)=-6x^3-5x^2+8x+3$.

(a) Déterminer l'ensemble des zéros de *f*.

(b) Donner le tableau des signes de la fonction *f*.

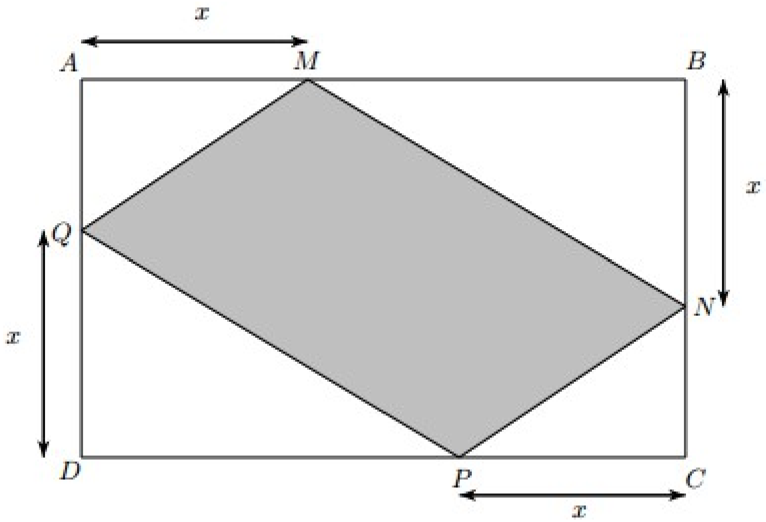
(c) Déterminer l'ensemble de toutes les valeurs de x pour lesquelles $f(x)<0$.

(d) Proposer une représentation graphique de *f* cohérente avec les informations obtenues jusque-là.

(e) Déterminer graphiquement $f^{-1}(-4)$.

Exercice 3 (environ 12 points)

On considère la figure ci-dessous, dans laquelle *ABCD* est un rectangle avec $\overline{AB}=8\ cm$, $\overline{AD}=4\ cm$ et MNPQ est un quadrilatère tel que $\overline{AM}=\overline{BN}=\overline{CP}=\overline{DQ}=x$.



(a) Déterminer l'ensemble D_{vip} de toutes les valeurs que peut prendre la variable x dans cette situation.

(b) Montrer que l'aire de *MNPQ* est donnée par la fonction $A(x)=2x^2-12x+32$

(c) Quelle valeur faut-il donner à *x* pour que l'aire *MNPQ* soit minimale ?

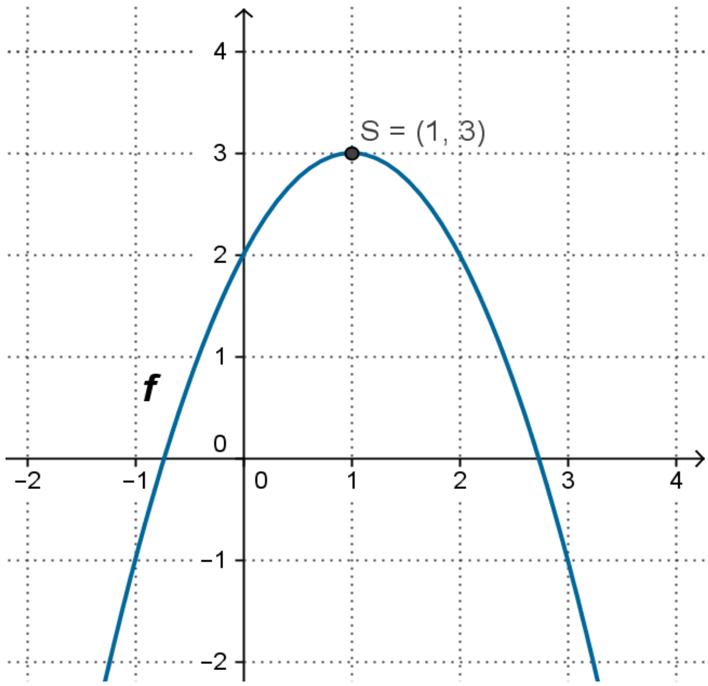
Et quelle est cette aire minimale ?

(d) Représenter graphiquement *A* et interpréter les résultats obtenus.

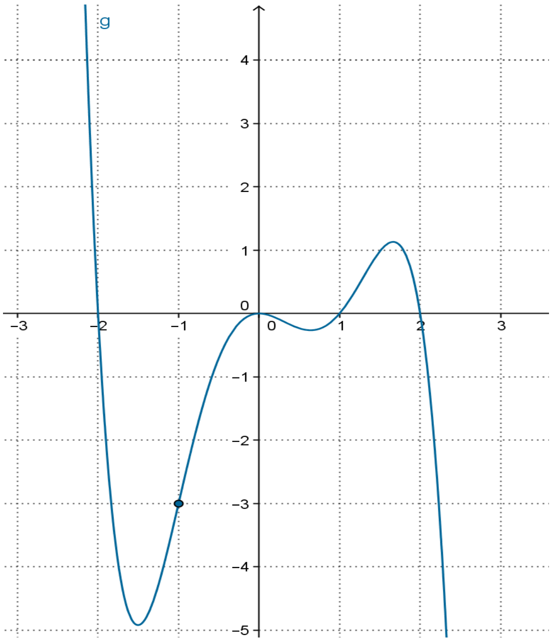
Exercice 4 (15 points)

(a) La fonction *f* représentée ci- contre est une fonction polynomiale de degré 2.

Déterminer l'expression algébrique de *f*, sous forme standard, développée et factorisée (sous forme exacte).



(b) Déterminer l'expression algébrique de la fonction polynomiale *g* de degré minimal dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



(c) Déterminer l'expression algébrique d'une fonction *h* de degré 5 telle que $Z_h = \{1;2;3\}$, telle que tous ses zéros soient de multiplicité 1 et dont l'ordonnée à l'origine soit 4.

Exercice 5 (environ 14 points)

Vrai ou faux ? Justifier chaque réponse par un argument détaillé ou un contre-exemple complet.

(a) Si une fonction polynomiale est de degré pair, alors elle possède un nombre pair de zéros.

(b) Le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 1$ ne possède pas de zéro entier.

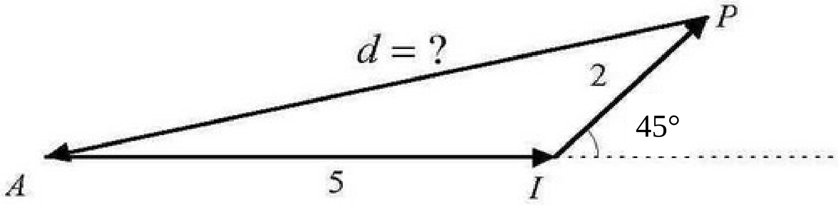
(c) Le polynôme $S(x) = x - 17$ divise le polynôme $P(x) = x^{2013} - 2013 \cdot x + 17$

(d) Soit $P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot x + a_0$ un polynôme de degré n à coefficients $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ entiers.

Si c est un diviseur de a_0, alors c est un zéro du polynôme $P(x)$

Exercice 6 (environ 10 points)

Un promeneur part de *A* et parcourt 5*km* en direction de l'est, puis 2*km* en direction du Nord-Est. Surpris par le mauvais temps, il retourne directement en *A* en courant. Sur quelle distance *d* a-t-il couru ?



Donner les réponses en valeur exacte, puis en valeur approchée arrondie au centième.