

**Collège de Saussure - année 2013-2014**  
**Épreuve de mathématiques de 2<sup>e</sup> année, niveau avancé**

Date	10 juin 2014
Durée	120 minutes
Cours	2MA2.DF01 (21 él.), 2MA2.DF02 (17 él.), 2MA2.DF04 (21 él.)
Nombre de pages	4
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre de questions	6
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none"><li>calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (la calculatrice TI30-PRO n'est pas autorisée)</li></ul>
	fournis par le collège : <ul style="list-style-type: none"><li>feuilles quadrillées</li></ul>
Directives	Sauf indication contraire, il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.

**Nom** : ..... **Points** : /63

**Prénom** : .....

**Groupe** : ..... **Note** :

---

**Début du travail**

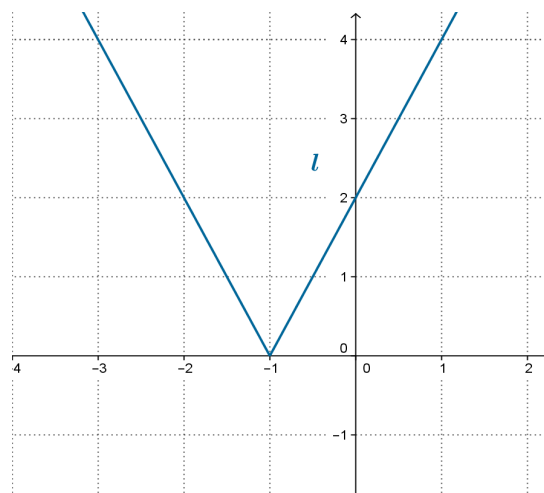
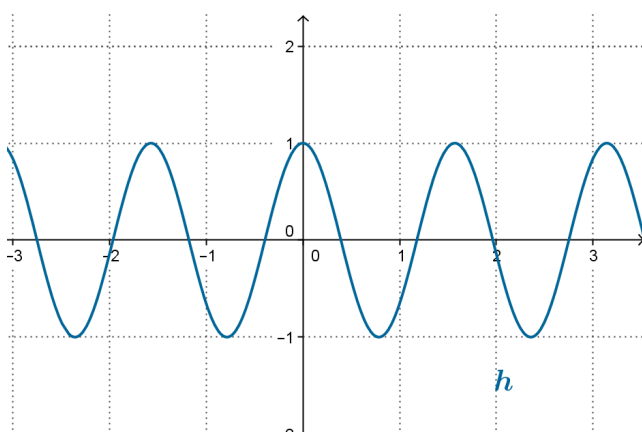
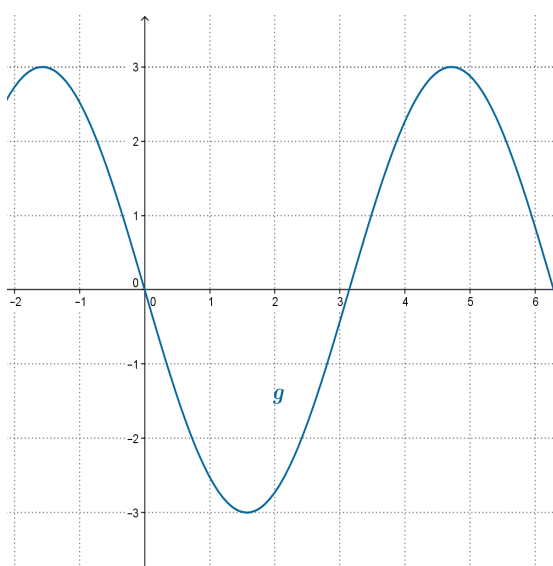
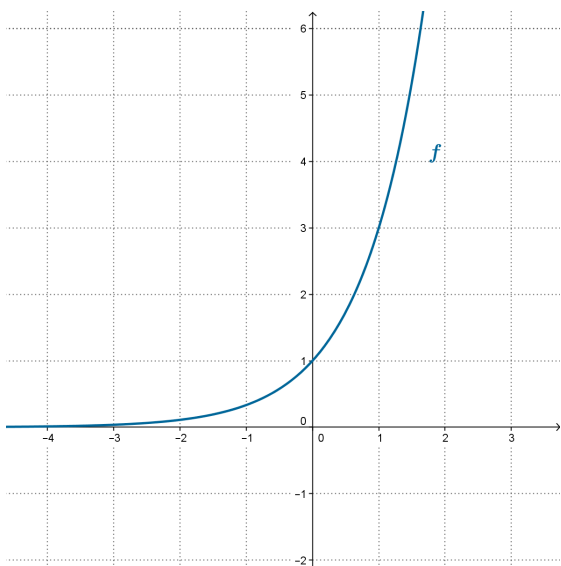
**Question 1 : (12 points)**

Fin 2013, la population suisse comptait environ 8'000'000 habitants et le taux de croissance était de 0.2 % par an. On suppose que cette croissance est constante.

- a) Déterminer le nombre d'habitants en Suisse fin 2015.
- b) Déterminer le nombre d'habitants en Suisse fin 2020.
- c) Déterminer en quelle année le nombre d'habitants en Suisse dépassera les 50 millions.
- d) Quel devrait être le taux de croissance de la population Suisse pour que le nombre d'habitants dépasse les 50 millions à fin 2030 ?

## Question 2 : (8 points)

Voici les représentations graphiques de quatre fonctions réelles :  $f$ ,  $g$ ,  $h$  et  $l$ .



En choisissant dans la liste des expressions algébriques suivantes, indiquer quelle expression algébrique correspond à chacune des fonctions représentées.

Donner à chaque fois deux arguments qui justifient votre choix.

$$f_1(x) = \cos(4x)$$

$$f_2(x) = 3 \cos(x)$$

$$f_3(x) = \cos(3x)$$

$$f_4(x) = \cos(x)$$

$$f_5(x) = \sin(3x)$$

$$f_6(x) = \sin\left(-\frac{x}{3}\right)$$

$$f_7(x) = -3 \sin(x)$$

$$f_8(x) = \sin(-3x)$$

$$f_9(x) = |2x - 2|$$

$$f_{10}(x) = |2x + 2|$$

$$f_{11}(x) = |x - 1|$$

$$f_{12}(x) = |2x^2 - 1|$$

$$f_{13}(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

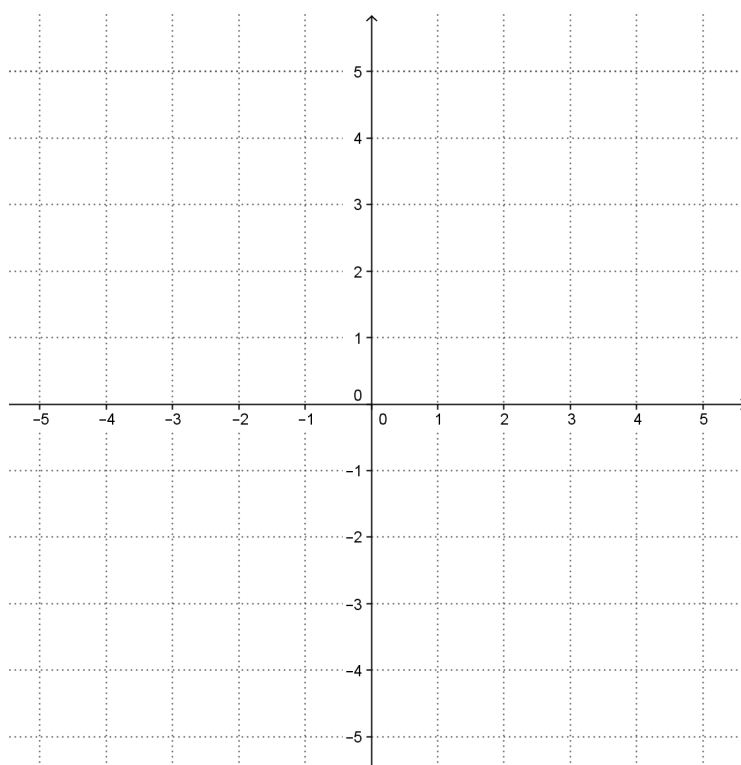
$$f_{14}(x) = \log(3x)$$

$$f_{15}(x) = 3^{-x}$$

$$f_{16}(x) = 3^x$$

### Question 3 : (15 points)

- a) Résoudre l'équation  $\log_3(x-2)+1=\log_3(2x-3)$ .
- b) Résoudre l'équation  $12^{2x+5}=55 \cdot 7^{3x}$  en donnant la réponse sous forme exacte puis sous forme approchée arrondie au centième
- c) Résoudre l'équation  $|x+1|=x^2+4x+3$  puis interpréter graphiquement la(les) solution(s) dans le repère ci-dessous :



### Question 4 : (6 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier très clairement chaque réponse en vous appuyant sur les définitions, propriétés et théorèmes vus en classe ou sur un contre-exemple précis.

- a) La fonction  $\exp_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $\exp_2(x)=2^x$  est bijective.
- b) On dit qu'une fonction  $f$  est **paire** lorsque  $f(x)=f(-x)$  pour tout  $x \in D_f$ .  
La fonction trigonométrique cosinus est une fonction paire.

**Question 5 : (7 points)**

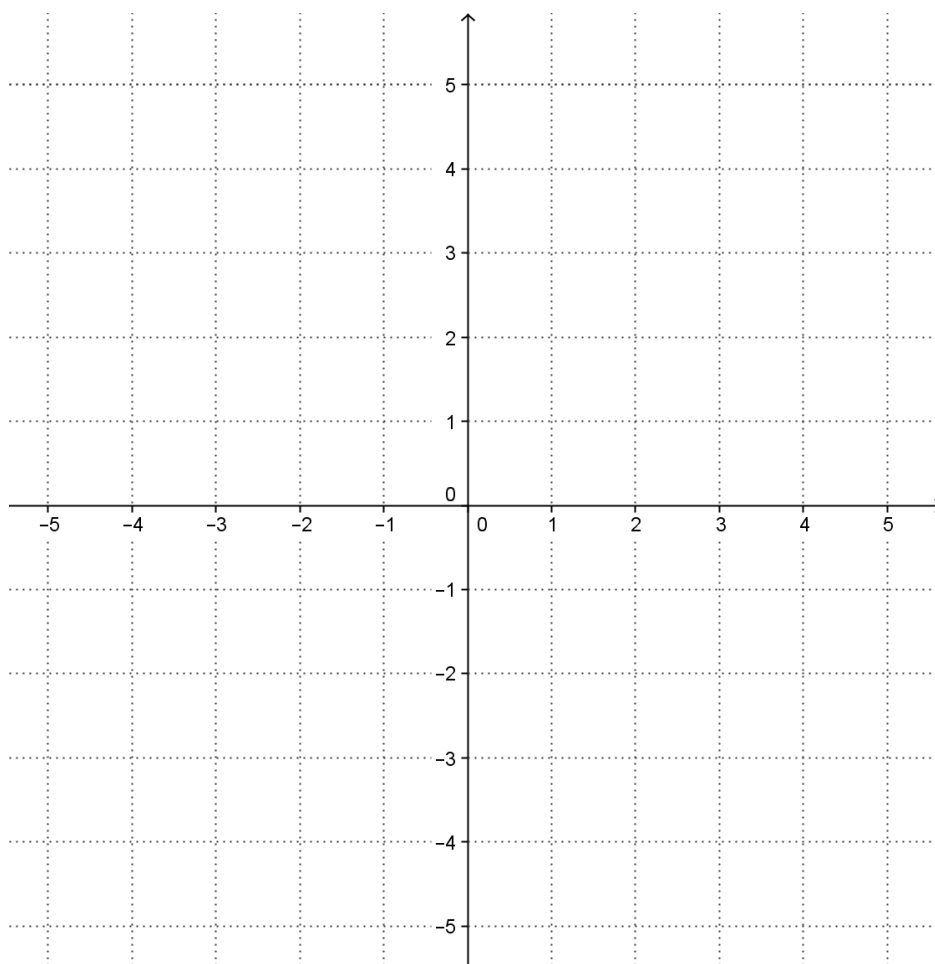
Résoudre l'équation  $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  puis identifier les solutions comprises dans  $[0; 2\pi[$  et les représenter sur le cercle trigonométrique.

---

**Question 6 : (15 points)**

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions réelles définies par  $f(x) = x + 1$  et  $g(x) = \frac{-2x + 6}{(x + 4)(x - 2)}$ .

- Donner le domaine de définition, les zéros ainsi que les équations de toutes les asymptotes de la fonction  $g$ .
- Faire un tableau des signes de la fonction  $g$ .
- Esquisser la fonction  $g$  dans le repère ci-dessous, en utilisant les données calculées précédemment.



- Calculer  $f \circ f$  et  $g \circ f$  en donnant la réponse sous forme simplifiée.
- Déterminer les plus grands ensembles de départ et d'arrivée permettant à  $f$  d'être bijective.
- Déterminer algébriquement la réciproque de  $f$  et la représenter dans le même repère.