<table>
<tr><td colspan="2">Collège de Saussure
Examen semestriel de mathématiques de 2e année, niveau avancé</td></tr>
<tr><td>Date</td><td>16 décembre 2015</td></tr>
<tr><td>Durée</td><td>120 minutes</td></tr>
<tr><td>Maîtres, cours et nombre d’élèves</td><td>Jean-Marie Delley
2Ma2.DF01 (18 élèves)</td></tr>
<tr><td>Nombre de pages</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Impression</td><td>recto-verso, noir-blanc</td></tr>
<tr><td>Nombre d’exercices</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Documents et matériel autorisés</td><td>personnels :
• calculatrice TI30Pro, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).</td></tr>
<tr><td>Consignes</td><td>• répondre directement sur les feuilles d'énoncé ;
• la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;
• toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ;
• tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.</td></tr>
</table>

Nom : ....**Prénom** : ....

Groupe: ....**Cours** : ....

Points obtenus: ....**Note**: ....

Répartition des points

Exercice 1 : 10 points

Exercice 2 : 8 points

Exercice 3 : 12 points

Exercice 4 : 8 points

Exercice 5 : 12 points

Exercice 6 : 9 points

Exercice 7 : 8 points

Notations : 2 points

Total : 69 points

Exercice 1 (environ 10 points)

On considère le polynôme $P(x)=x^6+2x^5-2x^4+2x^3-3x^2$.

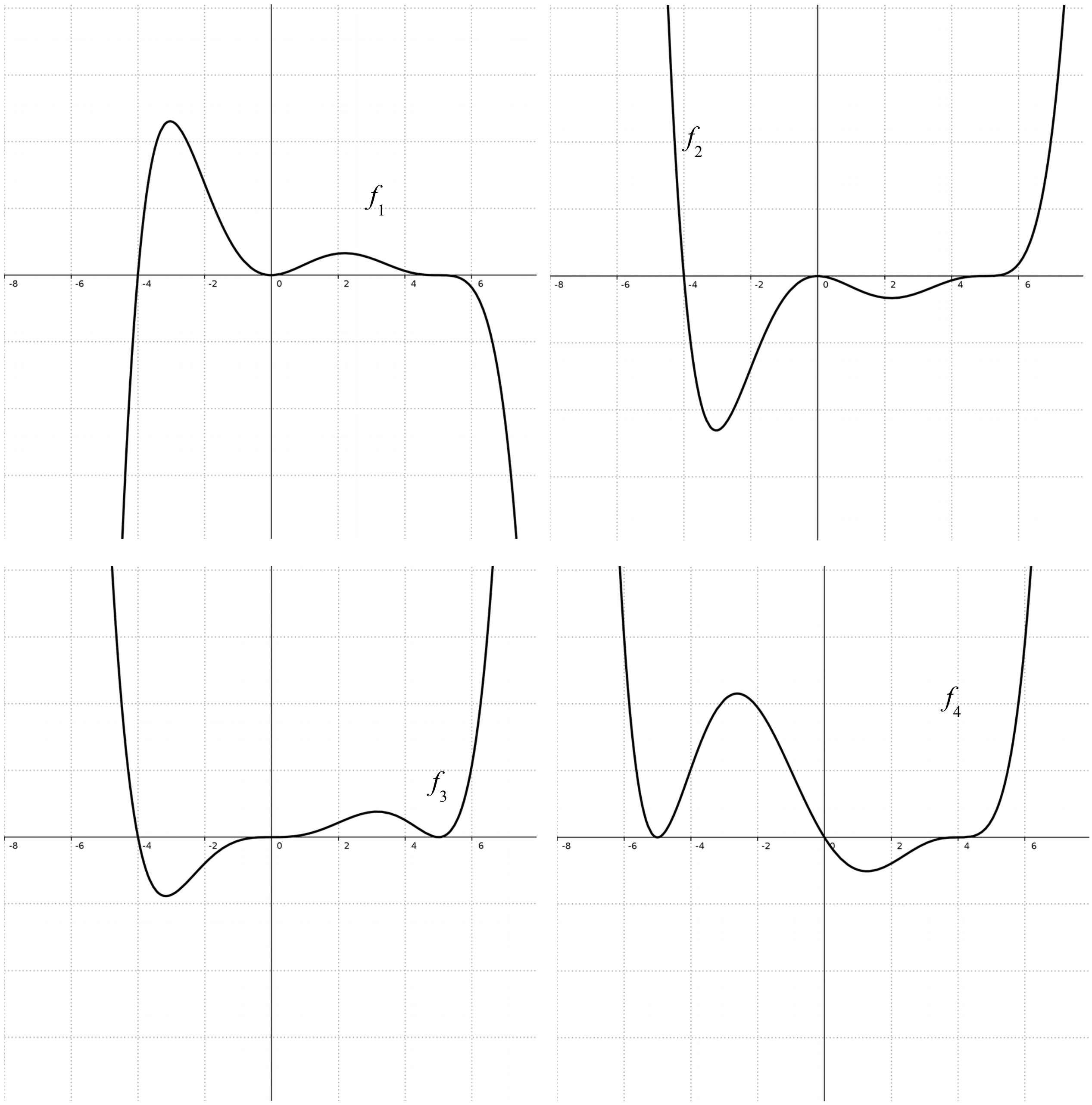
(a) Montrer que $Q(x)=x^3-x^2+x-1$ divise $P(x)$.

(b) Déterminer toutes les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 2 (environ 8 points)

Trois des quatre courbes ci-dessous ne peuvent pas représenter la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{500}x^2(x-5)^3(x+4).$$



(a) Sans calculer aucune image autre que les zéros de f, déterminer quelles sont ces trois courbes en justifiant par un argument pour chacune.

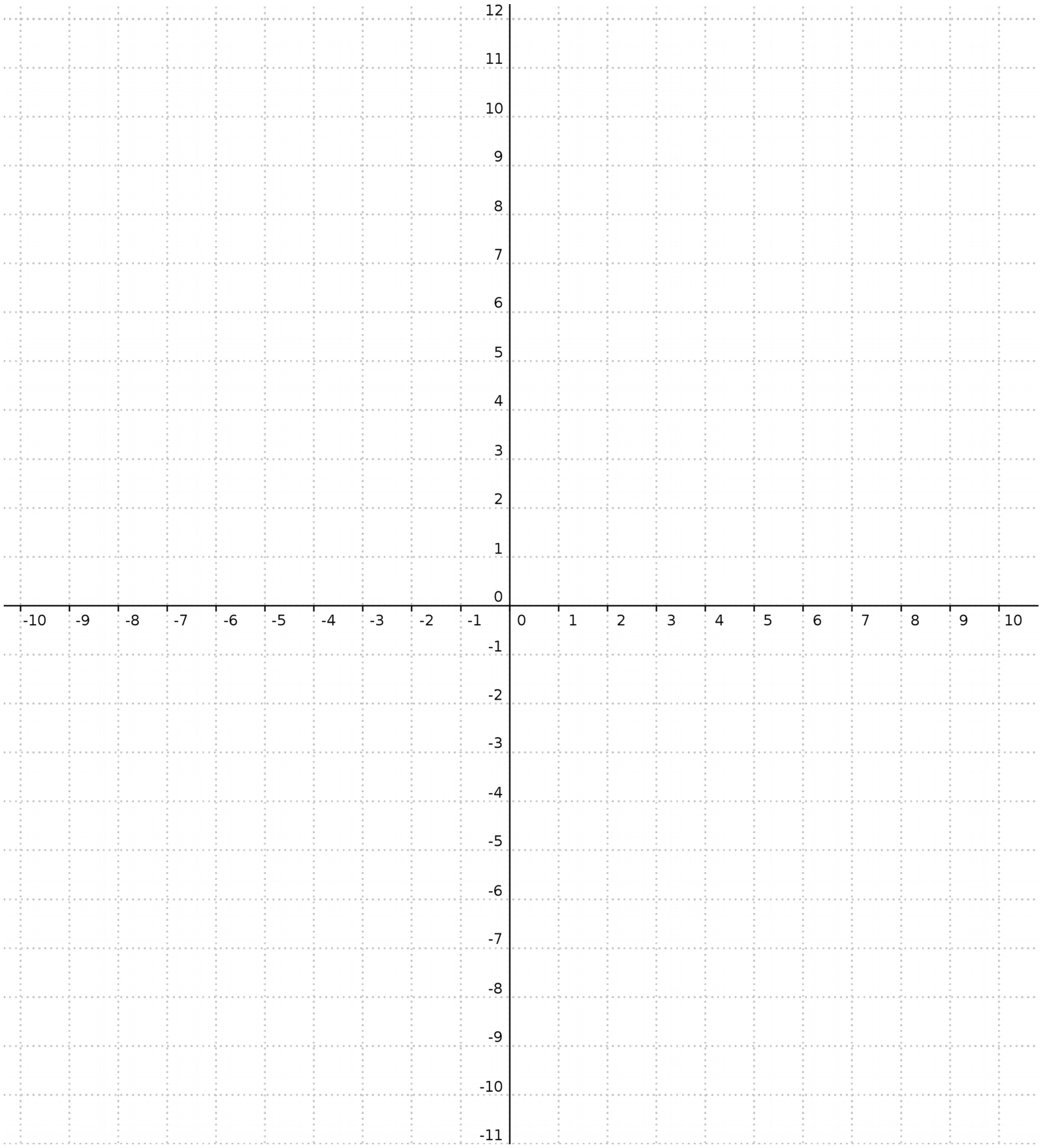
(b) Quels arguments permettent d'affirmer que la courbe restante est une représentation plausible de f ?

Exercice 3 (environ 12 points)

Soient les fonctions *f* et *g* définies par $f(x)=6x-x^2$ et $g(x)=(x-1)^2+2$.

(a) Résoudre algébriquement l'inéquation $g(x) < f(x)$.

(b) Sur le repère ci-dessous, représenter précisément f et g et interpréter graphiquement, en couleur, la réponse trouvée en **(a)**.



Exercice 4 (environ 8 points)

Léonard émet la conjecture suivante :

« Si ABC est un triangle équilatéral de 30 cm de côté, et si P et Q sont deux points sur le segment $[BC]$ tels que $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$, alors les angles $\widehat{BAP}$, $\widehat{PAQ}$ et $\widehat{QAC}$ sont égaux. »

A-t-il raison ? Justifier précisément.

Exercice 5 (environ 9 points)

Déterminer les longueurs et les angles de TOUS les triangles vérifiant les données suivantes :

$$a=1\,,\ b=\sqrt{3}\,,\ \alpha=30°$$

Donner les solutions en valeurs exactes.

Exercice 6 (environ 12 points)

Un terrain se trouve en bordure d'une rivière rectiligne.

On désire délimiter une zone rectangulaire le long de la rivière à l'aide d'une barrière ayant une longueur totale de 120 mètres. Le côté de la zone le long de la rivière n'a pas besoin de barrière.

(a) Esquisser un croquis de cette situation.

(b) Exprimer l'aire de la zone rectangulaire à l'aide d'une fonction d'une seule variable.

(c) Quelle est l'aire maximale possible de la zone délimitée par la barrière et la rivière ?

Exercice 7 (environ 8 points)

Vrai ou faux? Justifier par un calcul ou un raisonnement.

(a) Si ABC est un triangle rectangle en C, on a $\dfrac{\sin(\widehat{BAC})}{\sin(\widehat{ABC})}=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$.

(b) Si $x \in \mathbb{R}$ et $x^3 > x$, alors $x > 1$.