Travail de mathématiques n°2	
Date : 24 novembre 2015 Durée : 90' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 2Ma2DF01 Matériel autorisé ○ Calculatrice personnelle non programmable et non graphique Remarques ○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. ○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! ○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page	**Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**: .... Notations (une coche par faute) : Fautes : → .... / 2 Français (une coche par faute) [bonus] : Fautes : → .... / 2 Total des points des exercices : …..... / 58 Total des points de l'épreuve : …..... / 60 Note : / 6

Début du travail

Exercice 1 : (4 points environ) Déterminer le quotient et le reste de la division polynomiale de $2x^5 - x^2 + 3$ par $x^3 + 2x^2 - 1$

Exercice 2 : (16 points environ) On considère la fonction f définie par $f(x)=-\frac{1}{6}(x^4+x^3-7x^2-x+6)$

- factoriser le plus possible f
- déterminer Z_f et le tableau de signes de f
- puis calculer encore quelques images pour proposer une représentation graphique cohérente avec ces résultats.

Exercice 3 : (7 points environ) On considère la fonction f définie par $f(x)=-2x^5-x^4-x^3+x^2$. Sachant qu'elle n'a aucun zéro entier, la factoriser le plus possible.

Exercice 4 : (9 points environ)

(a) Trouver un polynôme $P_1(x)$ de degré 4 n'ayant aucune racine.

(b) Trouver un polynôme $P_2(x)$ de degré 5 n'ayant que π comme racine.

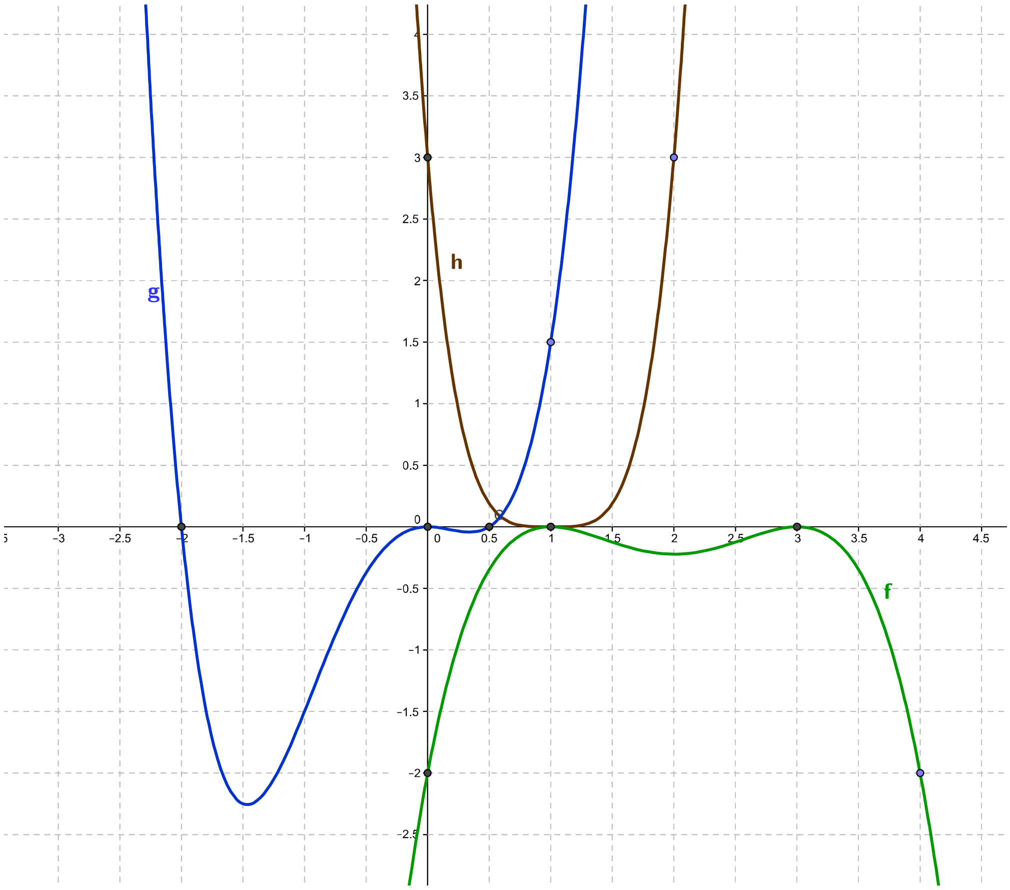
(c) Trouver deux polynômes différents $P_3(x)$ et $P_4(x)$ de degré 6 ayant uniquement trois racines −3, 2 et 4.

(d) Trouvez une fonction polynomiale *f* de degré 3 telle que *f*(2)=8 et telle que $Z_f=\{-2\,;1\}$.

(e) Trouvez une fonction polynomiale *g* de degré 4 divisible par $2x^3+1$, telle que *g*(1) = 0 et *g*(0) = 4.

Exercice 5 (9 points environ)

On considère trois fonctions polynomiale f , g et h de degré 4 dont on donne une représentation graphique :



Déterminer pour chacune son expression algébrique.

Exercice 6 : (20 points environ)

On considère le théorème du reste nul.

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant clairement hypothèse(s) et conclusion(s)

(b) Dans la démonstration ci-dessous, donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire :

Démonstration :

- on divise [...…...] par [……...] et on obtient $f(x)=q(x)(x-c)+[\dots\dots\dots\dots\dots]$
- on sait que le degré de $r(x)$ est supérieur ou égal à […] et strictement inférieur à [.....]
- on en déduit que $[\dots\dots\dots\dots\dots]=q(x)(x-c)+d$, où $d\in\mathbb{R}$

  car [ARG: ....]
- donc $f(c)=q(c)(c-c)+d$, où $d\in\mathbb{R}$

  car [ARG: ....]
- càd $f(c)=[\dots\dots\dots\dots\dots]$, où $d\in\mathbb{R}$

  car [ARG: ....]
- mais nous savons par ailleurs que $f(c)$ = […………...]

  car [ARG: ....]
- on en déduit que d = […………...]

  car [ARG: ....]
- ceci implique que $(x-c)$ divise […………...]

  car [ARG: ....]

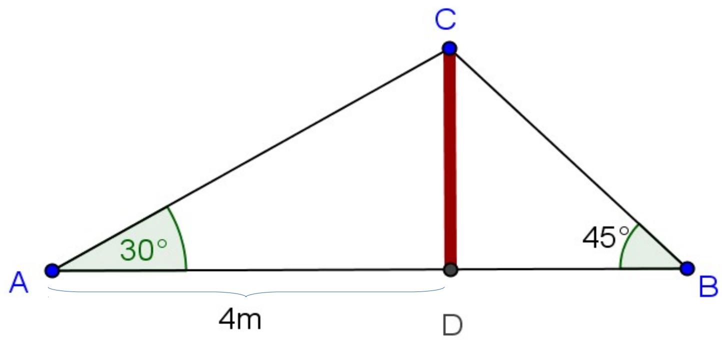
(c) Enoncer la réciproque de ce théorème.

(d) Enoncer la contraposée de ce théorème.

(e) Enoncer la contraposée de la réciproque de ce théorème.

(f) Soit $P(x)=x^3+2x^2-1$. On calcule $P(1)=2$ et on en déduit que (x-1) ne divise pas $P(x)$.
Quel résultat a-t-on utilisé ?

Exercice 7 (8 points environ) : Un poteau $[CD]$ est fixé au sol de deux cotés par deux câbles $[AC]$ et $[BC]$ selon le schéma ci-dessous ([CD] est perpendiculaire à [AB]) :



Calculer la longueur totale de câble nécessaire. Donner la réponse en valeur exacte simplifiée au maximum et sans racine au dénominateur, puis arrondie au millième.

Exercice 8 (12 points environ)

Soit f et g deux fonctions définies par $f(x)=-\frac{1}{2}(x^2+x-6)$ et $g(x)=(x-1)^2+2$.

(a) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) < g(x)$

(b) Représenter graphiquement f et g puis interpréter graphiquement le résultat trouvé en (a).

Exercice 9 (10 points environ)

Vrai ou faux ? Justifier.

(a) Si $A(x)$ est de degré 3 et si $B(x)$ est de degré 3, alors $A(x)+B(x)$ est de degré 3.

(b) Si $\alpha, \beta \in]0;90[$ sont deux angles complémentaires, alors $\sin(\alpha)=\cos(\beta)$.

(c) Si $\alpha, \beta \in]0;90[$ sont deux angles complémentaires, alors $\sin^4(\alpha)+\cos^4(\beta)=1$.