

Travail de mathématiques n°4					
<p>Date : 17 mai 2016 Durée : 90' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 2Ma2DF01 Matériel autorisé</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Calculatrice personnelle non programmable et non graphique <p>Remarques</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. ○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! ○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page 	<p>Nom:</p> <p>Prénom:</p> <p>Groupe:</p> <p>Notations (une coche par faute) :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Fautes :</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">.... / 1</td> </tr> </table> <p>Français (une coche par faute) [bonus] :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Fautes :</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">.... / 1</td> </tr> </table> <p>Total des points des exercices : / 71</p> <p>Total des points de l'épreuve : / 72</p> <p>Note : / 6</p>	Fautes : / 1	Fautes : / 1
Fautes : / 1				
Fautes : / 1				

Question 1 (environ 22 points)

Résoudre les équations ci-dessous, où x est une variable réelle :

a) $2 \cdot \log(6-x) = \log(-40x+260) - 1$

b) $3x = \log_5(4)$

c) $\frac{2x^2}{1+x} + \frac{2x^3}{1-x^2} = \frac{3x}{1-x}$

Question 2 (environ 17 points)

On considère la fonction réelle f définie par $f(x) = \frac{4x+6}{2x+5}$.

- (a) Déterminer les paramètres de base qui permettent d'esquisser ci-dessous une représentation graphique précise de f :

- (b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est-elle bijective ? Si oui, justifier, si non, justifier puis déterminer A et B les plus grands possibles pour que $f: A \rightarrow B$ soit bijective.

(c) Déterminer $f^{-1}(y)$ en indiquant ses ensembles de départ et d'arrivée :

(d) Esquisser une représentation graphique de f^{-1} dans le même repère que f .

Question 3 (environ 16 points)

Soit f la fonction rationnelle déterminée par $f(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x^2 - 4x - 6}{4 - x^2}$.

a) Déterminer le domaine de définition Df , le(s) zéro(s), les équations des asymptotes verticales et horizontales et le tableau de signes de la fonction f donnée ci-dessus.

- b) Calculer quelques images puis esquisser une représentation graphique de f cohérente avec toutes les informations récoltées précédemment.

Question 4 (environ 16 points)

Une colonie de bactéries se développe au cours du temps t de façon exponentielle.

- a) Déterminer N_0 le nombre initial de bactéries et i le taux de croissance sachant que la colonie comprend 200'000 bactéries après 3 jours et 1'600'000 après 4,5 jours .

Donner la réponse exacte en pourcents.

Si vous n'avez pas réussi à répondre à la question (a), prendre $N_0 = 6125$ et $i = 200\%$ (qui ne sont pas les réponses correctes de (a)!)

- b) Quel est le nombre de bactéries au bout de 5 jours?

- c) Après combien de jours la colonie comprend-elle 2 000 000 bactéries?

- d) Une nouvelle mesure (vérifiée plusieurs fois) montre qu'après 10 jours, il y a 2,5 millions de bactéries. Que conclure de cette mesure par rapport à notre modèle ?