Exercice 1

- $\frac{3}{7}P=\frac{3}{7}(3x^7-2x^6+x^5-3)=\frac{9}{7}x^7-\frac{6}{7}x^6+\frac{3}{7}x^5-\frac{9}{7}$
- $-3Q=-3(x^7+x^6-2)=-3x^7-3x^6+6$
- $P\cdot Q=(3x^7-2x^6+x^5-3)(x^7+x^6-2)=$
  $3x^{14}+3x^{13}-6x^7-2x^{13}-2x^{12}+4x^6+x^{12}+x^{11}-2x^5-3x^7-3x^6+6=$
  $3x^{14}+x^{13}-x^{12}+x^{11}-9x^7+x^6-2x^5+6$
- $P-3Q=(3x^7-2x^6+x^5-3)-3(x^7+x^6-2)=$
  $3x^7-2x^6+x^5-3-3x^7-3x^6+6=-5x^6+x^5+3$

Exercice 2

- Le polynôme *P(x)* possède 1 facteur de degré 2 et 1 facteur de degré 1, on a donc :
  $d°(P)=2+1=3$.
  Le polynôme *P(x)* est de la forme $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+...+a_0$ après distributivité.
- Comme précédemment, on obtient : $d°(Q)=1+2=3$
- $P(x)+Q(x)=(1-x)^2(x+3)+(2x+6)(x^2+1)=(1-2x+x^2)(x+3)+2x^3+2x+6x^2+6=$
  $3x^3+...+9$
  Donc $d°(P+Q)=3$
- Le degré d'un produit de polynômes est égal au produit des degrés de ces polynômes, on a donc : $d°(P\cdot Q)=d°(P)\cdot d°(Q)=3\cdot 3=9$

Exercice 3

(a) Vrai.

Soient $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d, a\neq 0$ (un polynôme de degré 3) et $Q(x)=ex^2+fx+g, e\neq 0$ (un polynôme de degré 2).

Alors $P(x)+Q(x)=ax^3+(b+e)x^2+(c+f)x+d+g$ est bien de degré 3.

(b) Vrai.

Soit $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d, a\neq 0$ (un polynôme de degré 3).

Alors $[P(x)]^3=(ax^3+bx^2+cx+d)^3=a^3x^9+aabx^8+...+d^3$ est bien de degré 9.

(c) Faux.

On considère le contre-exemple suivant : $P(x)=x^4+1,\ Q(x)=-x^4\Rightarrow P(x)+Q(x)=1\cdot x^0$

$d°(P)=d°(Q)=4$ mais $d°(P+Q)=0$.

CC BY NC SA