

Théorème du reste nul

Si f est une fonction polynomiale et c est tel que $f(c) = 0$, alors $(x - c)$ divise $f(x)$

1. Quelles sont les hypothèses et les conclusions de ce théorème ?

HYP :

CONCL:

2. Dans la démonstration ci-dessous, donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire :

Démonstration :

- on divise $f(x)$ par [.....] et on obtient $f(x) = q(x)(x - c) + r(x)$

car [ARG1:]]

- on sait que le degré de $r(x)$ est positif ou nul et strictement inférieur à [.....]

car [ARG2:]]

- on en déduit que $f(x) = q(x)(x - c) + d$, où $d \in \mathbb{R}$ est une constante

car [ARG3:]]

- donc $f(c) = q(c)(c - c) + [.....]$, où $d \in \mathbb{R}$ est une constante

car [ARG4:]]

- c-à-d $f(c) = d$, où $d \in \mathbb{R}$ est une constante

car [ARG5:]]

- mais nous savons par ailleurs que $f(c) = [.....]$

car [ARG6:]]

- on en déduit que $d = [\dots\dots\dots]$

car [ARG7: $\dots\dots\dots$]

- ceci implique que $(x - c)$ divise $[\dots\dots\dots]$

car [ARG8: $\dots\dots\dots$]

3. Enoncer la réciproque de ce théorème.

4. Démontrer cette réciproque.

5. Enoncer la contraposée du théorème et de sa réciproque.

6. Que peut-on dire de ces deux contraposées ?