

Ma2 Ch7 Activité 12 - Corrige



Selon un rapport du GIEC (Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat), la concentration de CO₂ dans l'atmosphère terrestre était de 280 ppm (parties par million) en 1750 et de 368 ppm en 2000. En vous basant sur ces données et en admettant que la concentration de CO₂ dans l'atmosphère suit une croissance exponentielle régulière :) (suite)

a. Calculer au millionième la concentration de CO₂ que connaîtra l'atmosphère terrestre en 2050.

b. Dans combien de temps (en années) la concentration de CO₂ de l'atmosphère terrestre atteindra-t-elle 400 ppm ?

Au rythme actuel, les experts du GIEC estiment que la concentration de CO₂ de l'atmosphère terrestre croît de 0,4% par année.

c. En tenant compte de cette dernière donnée et des deux précédentes (concentration de CO₂ en 1750 et en 2000), est-il correct d'affirmer que la concentration de CO₂ suit une croissance exponentielle régulière ? Justifier votre réponse.

$$\text{croissance continue : } C(t) = C_0 \cdot e^{Tt}$$

$$(a) C_0 \text{ en 1750} = 280 \text{ ppm}$$

$$\text{on regarde en 2000, soit } 2000 - 1750 = 250 \text{ ans après : } C(250) = 280 \cdot e^{T \cdot 250}$$

$$\text{et on sait : } C(250) = 368$$

$$\text{donc } 368 = 280 e^{250T} \Leftrightarrow e^{250T} = \frac{368}{280}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{368}{280}\right) = 250T$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{\ln\left(\frac{368}{280}\right)}{250} \stackrel{C}{\approx} 0,001093$$

L'days moyen de la calculatrice

$$(\approx 0,1093\%)$$

remarque : on peut aussi procéder ainsi, en considérant

C_0 comme une inconnue :

$$\text{en 1750 : } C(1750) = C_0 \cdot e^{T \cdot 1750} = 280$$

$$\text{en 2000 : } C(2000) = C_0 e^{T \cdot 2000} = 368 \quad \text{2 èg. à 2 inc}$$

$$\Leftrightarrow C_0 = \frac{280}{e^{1750T}} \text{ et } C_0 = \frac{368}{e^{2000T}} \quad (\approx 41,336 \text{ ppm})$$

$$\text{d'où } \frac{280}{e^{1750T}} = \frac{368}{e^{2000T}} \Leftrightarrow \frac{368}{280} = \frac{e^{2000T}}{e^{1750T}} = e^{(2000-1750)T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{368}{280} e^{250T} \quad \Leftrightarrow \dots \text{ idem!}$$

$$\text{en 2050 : } C(2050) = C(2000) e^{T(2050-2000)} = 368 e^{50T} \stackrel{C}{\approx} 378,7 \text{ ppm}$$

$$\text{ou } = C(1750) e^{T(2050-1750)} = 280 e^{250T} \stackrel{C}{\approx} 388,7 \text{ ppm}$$

$$\left(\text{ou } = C_0 e^{T \cdot 2050} = \dots = 388,7 \text{ ppm} \right)$$

$$(b) C(t) = C(1750) e^{T(t-1750)} = 400 \Leftrightarrow 280 e^{T(t-1750)} = 400$$

$$\Leftrightarrow e^{T(t-1750)} = \frac{400}{280} \Leftrightarrow t = 1750 + \frac{\ln\left(\frac{400}{280}\right)}{T} \approx 2076,27$$

rem : on pourra le calculer à partir de 2000 aussi ... un peu plus 2076

(c) non, puisque le taux T est plus important : cette croissance est plus importante encore si exponentielle avec $T = 0,1093\%$