Note sur le théorème du cosinus ...
ou plutôt sur le théorème d'Al-Kashi

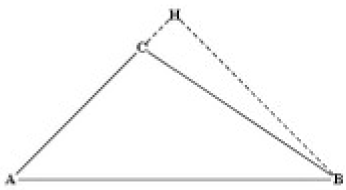
Source : http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_d%27Al-Kashi

Les Éléments d'Euclide, datant du IIIe siècle av. J.-C., contenaient déjà une approche géométrique de la généralisation du théorème de Pythagore : les propositions 12 et 13 du livre II, traitent séparément le cas d'un triangle obtusangle et celui d'un triangle acutangle.

La formulation de l'époque est pédestre car l'absence de fonction trigonométrique et d'algèbre oblige à raisonner en termes de différences d'aires. Aussi la proposition 12 utilise-t-elle ces termes :

> « *Dans les triangles obtusangles, le carré du côté qui soutient l'angle obtus est plus grand que les carrés des deux autres côtés, de la quantité de deux fois le rectangle formé d'un des côtés contenant l'angle obtus, à savoir celui sur le prolongement duquel tombe la hauteur, et de la ligne prise en-dehors entre [le pied de] la hauteur et l'angle obtus.* »
>
> — *Euclide, Les Éléments*

En notant ABC le triangle d'angle obtus A et H le pied de la hauteur issue de B (cf. Fig. 2 ci-contre),



Triangle ABC avec hauteur BH

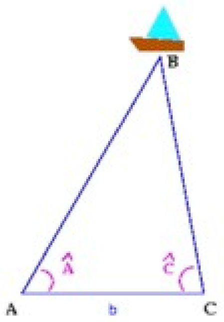
les notations modernes permettent de résumer l'énoncé ainsi :

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 + 2\ CA\ CH.$$

Il fallut attendre la trigonométrie arabo-musulmane au Moyen Âge pour voir le théorème évoluer dans sa forme et dans sa portée : l'astronome et mathématicien al-Battani généralisa le résultat d'Euclide à la géométrie sphérique au début du Xe siècle, ce qui permit d'effectuer des calculs de distance angulaire entre étoiles. C'est durant la même période que se sont établies les premières tables trigonométriques, pour les fonctions sinus et cosinus. Cela permit à Ghiyath al-Kashi, mathématicien de l'école de Samarcande, de mettre le théorème sous une forme utilisable pour la triangulation* au cours du XVe siècle. La propriété a été popularisée en occident par François Viète qui l'a, semble-t-il, redécouverte indépendamment.

C'est au début du XIXe siècle que les notations algébriques modernes permettent d'écrire le théorème sous sa forme actuelle et qu'il prend dans de nombreuses langues le nom de loi (ou théorème) des cosinus.

* La **Triangulation** est aussi le processus qui permet de déterminer une distance en calculant la longueur de l'un des côtés d'un triangle, et en mesurant deux angles de ce triangle. Cette méthode utilise des identités trigonométriques.



600 ans avant l'ère chrétienne, Thalès mit au point une méthode pour évaluer la distance d'un bateau en mer à la côte. Pour avoir une mesure approximative de cette distance, il plaça deux observateurs A et C sur le rivage éloignés d'une distance b connue. Il demanda à chacun d'entre eux de mesurer l'angle que font les droites passant par le bateau B et l'un d'entre eux, et la droite passant par les deux observateurs :

La méthode a un intérêt si nous voulons déterminer de grandes distances ; mais dans ce cas nous devons placer les deux observateurs suffisamment éloignés l'un de l'autre, pour que les mesures d' angle soient plus précises.