Trigonométrie

Pourquoi?

1: en 1re	Pour **établir des relations** entre les mesures d'angles et les longueurs des côtés dans les triangles rectangles
2: en 2e	Pour **établir des relations** entre les mesures d'angles et les longueurs des côtés dans les triangles quelconques
3: en 2e	Pour **modéliser les phénomènes périodiques** à l'aide de fonctions trigonométriques réelles

1 : Trigonométrie du triangle rectangle

Définition

$$sin(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$ on dit : sin-opp-hyp

$$cos(\alpha)=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$ on dit : cos-adj-hyp

$$tan(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{adjacent}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$ on dit : tan-opp-adj

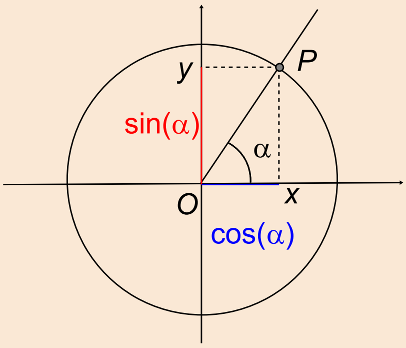
Remarque : on dit aussi parfois SOH-CAH-TOA pour se rappeler toutes ces relations !

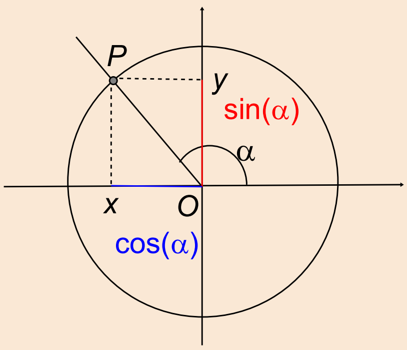
voir la fiche spécifique ...

2 : Trigonométrie du triangle quelconque

Définition

Le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre (0;0) et de rayon 1.
Soit $\alpha\in]0°;180°[$ et soit $P(x;y)$ le point d'intersection de la demi-droite d issue de l'origine et passant par P avec le cercle trigonométrique ;
on définit le sinus et le cosinus de α ainsi, selon que soit aïgu ou obtu :





Théorèmes

1) Si $\alpha \in]0°;180°[$, alors $sin(\alpha) \in]0;1[$, $cos(\alpha) \in]0;1[$

2) Si $\alpha \in]0°;180°[$, alors $sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$

3) Si α et β sont complémentaires, alors $sin(\alpha) = cos(\beta)$ et $cos(\alpha) = sin(\beta)$

4) Si α et β sont supplémentaires, alors $sin(\alpha) = sin(\beta)$ et $cos(\alpha) = -\cos(\beta)$

5) On a :

angle	sinus	cosinus
150°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
135°	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
120°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
90°	1	0

Définition

Résoudre un triangle, c'est déterminer toutes les longueurs de côtés et mesures d'angles qui manquent.

Théorème du sinus

Si ΔABC est triangle quelconque, alors on a : $\frac{\sin(\alpha)}{a}=\frac{\sin(\beta)}{b}=\frac{\sin(\gamma)}{c}$

Théorème du cosinus

Si ΔABC est triangle quelconque, alors on a : $a^2=b^2+c^2-2bc\cos(\alpha)$

(et symétriquement) $b^2=a^2+c^2-2ac\cos(\beta)$ et $c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma)$

Remarques :

1) le thm du cosinus est une généralisation du thm de Pythagore ...

2) il faut être attentif en utilisant le thm du sinus pour résoudre des triangles car de fausses solutions peuvent apparaître ...

3 : Fonctions trigonométriques

à suivre ...