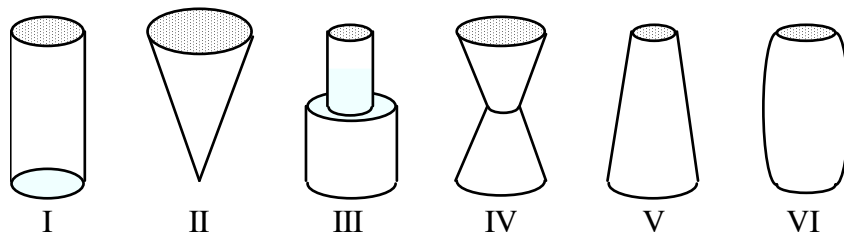


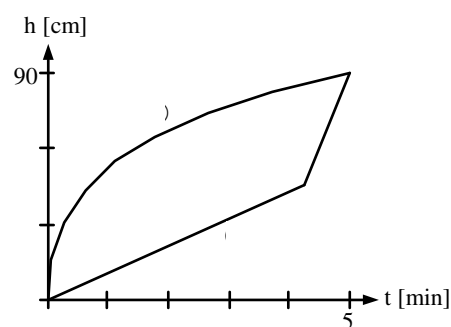
EXERCICES SUPPLEMENTAIRES SUR LES FONCTIONS

1. Les six récipients ci-dessous ont même hauteur (90 cm) et même contenance. On les remplit à débit constant, ce qui signifie qu'il faut le même temps (5 minutes) pour que le liquide atteigne dans chacun d'eux le niveau supérieur.

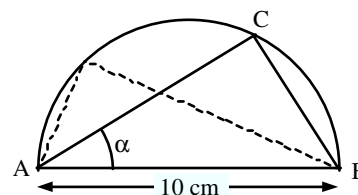


Sur le graphique suivant, on a relevé pour deux récipients le niveau du liquide (h) en fonction du temps (t).

- À quels récipients correspondent les courbes et ?
- Dessinez les courbes correspondant aux quatre autres récipients.
- Après 2 minutes 30 secondes de remplissage, quels récipients sont remplis à la moitié de leur contenance ?



5. On considère une famille de triangles rectangles ayant même hypoténuse. Chaque triangle de la famille est caractérisé par son angle en A, de mesure α (en $^\circ$).



- Montrez graphiquement comment le périmètre et l'aire de ces triangles dépendent de α .
 - Quel est le maximum de l'aire d'un rectangle inscrit dans un cercle ?
 - Quel est le maximum du périmètre d'un rectangle inscrit dans un cercle ?
6. Une fille a 20 ans de moins que sa mère. Représentez graphiquement, en fonction de l'âge de la fille :
- le rapport de l'âge de la fille à celui de la mère ;
 - le rapport de l'âge de la mère à celui de la fille.

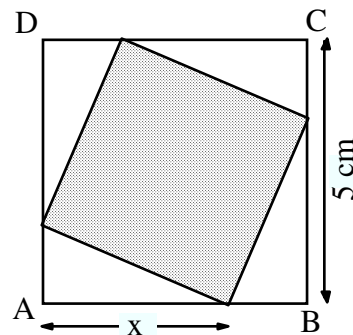
7. On considère une famille de rectangles ayant même aire (12 cm^2).

- Montrez graphiquement comment la largeur y de ces rectangles dépend de leur longueur x .
- Montrez graphiquement comment le périmètre p de ces rectangles dépend de leur longueur x .
- Pour quelle valeur de x le périmètre est-il minimal ? Combien mesure-t-il ?

10. ABC est un triangle rectangle en A tel que $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$ et $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$.
M est un point variable du segment $[BC]$, tel que $\overline{BM} = x$.
H et K sont tels que AHMK est un rectangle.
- Exprimez les dimensions du rectangle et son périmètre en fonction de x .
 - Où se trouve le point M si le périmètre du rectangle AHMK vaut 7 cm ?
 - Existe-t-il une position de M telle que AHMK soit un carré ? Précisez !

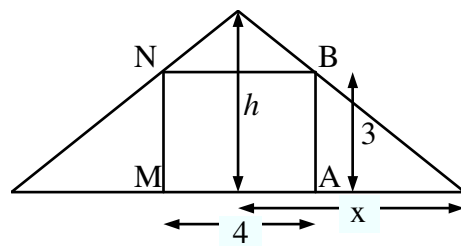
11. Les sommets du carré grisé appartiennent aux côtés du carré ABCD.

- Exprimez l'aire grisée en fonction de x .
- Esquissez le graphique de cette fonction "aire grisée".
- Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle minimale ?
- Pour quelle(s) valeur(s) de x cette aire est-elle maximale ?
- Combien valent ces aires minimale et maximale ?
- Déterminez x pour que l'aire grisée soit égale à 15 cm^2 .



12. Un toit en pente s'appuie sur les murs MN et AB, comme sur la figure. Ceux-ci sont hauts de 3 m et écartés l'un de l'autre de 4 m. Le toit peut être plus ou moins incliné.

- Comment varie la hauteur h du faîte lorsque la distance x s'approche de 2 m ?
- Comment varie h lorsque x devient de plus en plus grand ?
- Comment se traduisent sur le graphique de h en fonction de x les observations précédentes ?

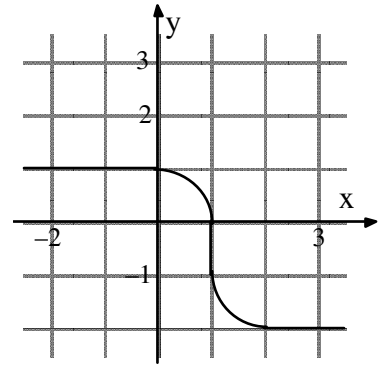
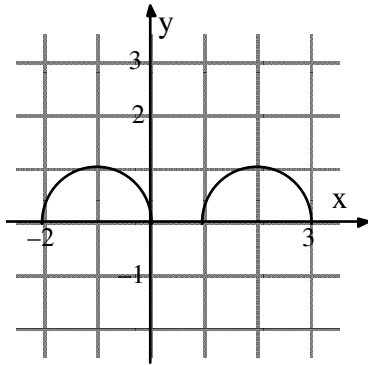
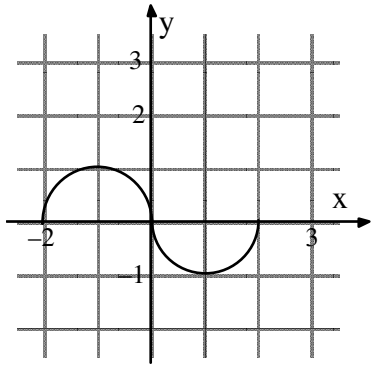
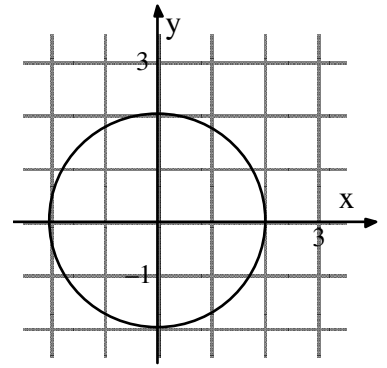
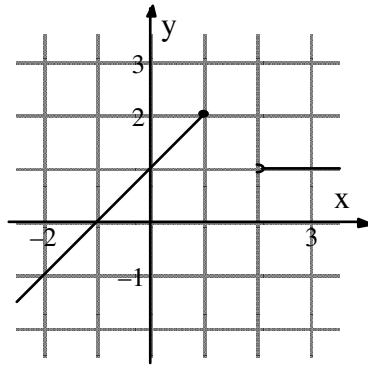
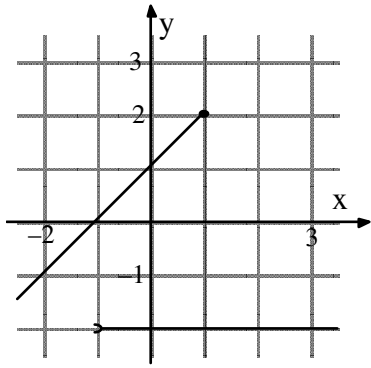


13. On établit, en Mécanique, qu'un objet en chute libre, lâché sans vitesse initiale, a parcouru au bout de t secondes une distance d donnée (en mètres) par $d = 5 t^2$ et que sa vitesse (en m/s) à cet instant t est $v = 10 t$.
- Représentez graphiquement la fonction qui associe la vitesse d'impact au sol (en km/h) à l'altitude d'où est lâché l'objet (en mètres). (On se limitera à des altitudes inférieures à 50 m.)
 - De quelle altitude faut-il lâcher un objet pour que sa vitesse d'impact au sol soit de 100 km/h ? Et de 50 km/h ?
 - Si l'on multiplie l'altitude par deux, par combien est multipliée la vitesse d'impact au sol ?

14. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x+3}}{x^2}$

- Calculez, si elles existent, les images par f de $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ et 4 .
- Dessinez une représentation graphique de cette fonction. Essayez de la préciser le plus possible.
- Combien d'éléments ont 0 comme image ? et 1 ? et 2000 ?

15. Parmi les courbes suivantes, lesquelles sont représentatives d'une fonction réelle ?



17. Un mathématicien dira volontiers qu'une certaine fonction a la propriété que « l'image d'une somme de nombres est égale à la somme des images ».

a) Expliquez ce qu'il veut dire...

b) Y a-t-il des fonctions qui ont cette propriété parmi les suivantes ?

$$f : x \mapsto x + 2$$

$$g : x \mapsto 2x$$

$$h : x \mapsto 2$$

$$q : x \mapsto x^2$$

18. On considère les fonctions quadratiques $f : x \mapsto x^2 - 2x - 3$

$$g : x \mapsto x^2 - 6x + 7$$

$$h : x \mapsto x^2 - x + 1$$

a) Factorisez $f(x)$, et résolvez l'équation $f(x) = 0$.

b) Esquissez la courbe représentative de f . Où se trouve le sommet de la parabole ?

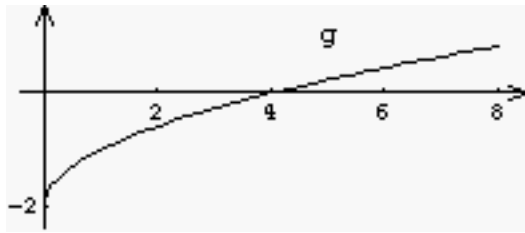
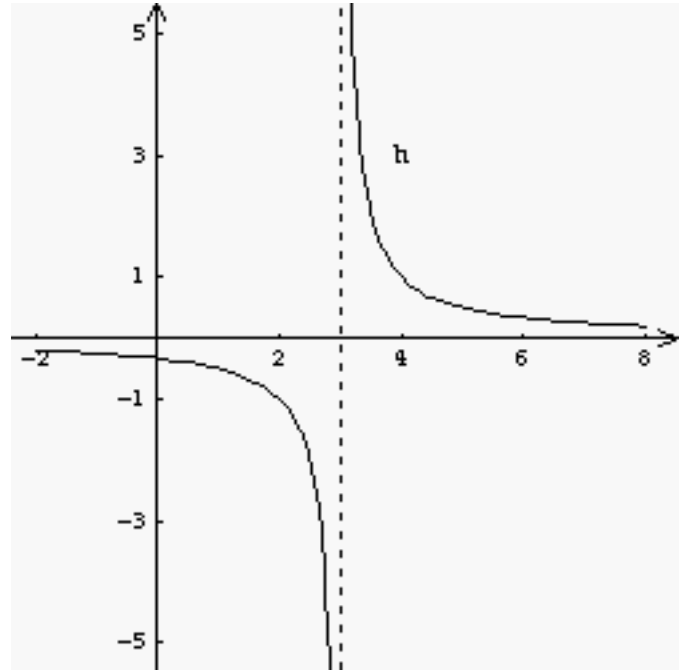
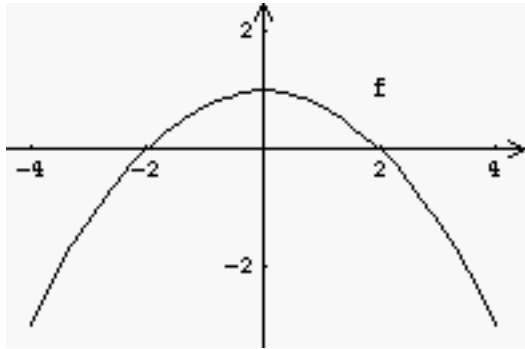
Expliquez comment le déterminer sans l'aide du graphique, puis généralisez en donnant les coordonnées du sommet de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$.

c) Déterminez d'abord le sommet de la parabole d'équation $y = g(x)$, puis tracez cette courbe.

d) Même exercice avec $y = h(x)$. Peut-on déduire du graphique le signe du discriminant de $h(x)$?

19. Déterminez le sommet et les intersections avec les axes de la parabole d'équation $y = -\frac{x^2}{4} + x - \frac{3}{2}$, puis tracez cette courbe.

23. Déterminez dans chaque cas une fonction dont la représentation graphique est donnée :



24. Les températures peuvent être mesurées dans différentes unités, entre autre les degrés Celsius et les degrés Fahrenheit. On a par exemple les relations suivantes : $60\text{ }^{\circ}\text{C} = 140\text{ }^{\circ}\text{F}$ et $100\text{ }^{\circ}\text{C} = 212\text{ }^{\circ}\text{F}$.

- Donnez la fonction affine qui permet de passer d'une température exprimée en degré Celsius à la même température exprimée en degré Fahrenheit.
- Pour quelle température exprimée en degré Fahrenheit l'eau gèle-t-elle ?
- Existe-t-il une température qui soit exprimée par le même nombre dans les unités ?

25. Les points $A(-4; 4)$, $B(-\frac{5}{4}; 2)$, $C(0; 1)$ et $D(3; -\frac{5}{4})$ sont-ils alignés ?

Existe-t-il une parabole qui passe par A, B et C ?