Fonctions

Définition

Une **fonction** f d'un ensemble A dans un ensemble B est une relation qui fait correspondre à chaque élément de l'ensemble A au plus un élément de l'ensemble B.
A est appelé **ensemble de départ** et **B ensemble d'arrivée** de f.

Une **fonction réelle** f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

Notation : $f : \begin{matrix} A & \rightarrow & B \\ x & \rightarrow & f(x) \end{matrix}$	Exemple $f : \begin{matrix} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \rightarrow & x^2-4 \end{matrix}$

Autrement dit , pour avoir affaire à une fonction, il faut :

1. un ensemble de départ A
2. un ensemble d'arrivée B
3. une façon d'associer des éléments de A à ceux de B (une phrase, un tableau de correspondances, une représentation graphique, une formule, …)
4. une condition : à tout élément de A correspond au plus un élément de B

Vocabulaire

Si la fonction f fait correspondre à l'élément a l'élément b, on note $f(a) = b$; on dit alors que b est **l'image** de a par f et que"a est **une préimage** de b par f. On note $f(a)=b$ *ou* $f^{-1}(b)=a$.

Exemple : si $f(x) = x^2- 4$, on a que -3 est l'image de 1, 1 est une préimage de -3, car $f(1) = -3$. On note f(1)=-3 ou $f^{-1}(-3)=1$

A savoir

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Le **domaine de définition** de f est le sous-ensemble D_f de $\mathbb{R}$ constitué de tous les éléments de $\mathbb{R}$ pour lesquels f admet (exactement) une image.

Pour déterminer D_f, on commence par chercher si des valeurs de x n'ont pas d'image (« posent problème! »), puis on les exclut.

Exemple : soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x)=\frac{1}{x-4}$

On a un problème si il y a une division par 0, càd si $x - 4 = 0$ ou $x = 4$.
On exclut donc 4 du domaine et on écrit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

Exemple : soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x)=\sqrt{3-x}$
On a un problème si $3 - x < 0$, càd $3 < x$. On exclut donc les nombres strictement supérieurs à 3 du domaine et on écrit $D_f = \mathbb{R} \setminus]3;+\infty[=]-\infty ; 3]$

A savoir

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. L'**ensemble des zéros** de f est le sous-ensemble Z_f de $\mathbb{R}$ constitué de tous les éléments dont l'image par f est nulle.

Pour déterminer Z_f, on résout l'équation $f(x)=0$

Exemple : soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 4$.
On résout $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$; d'où $Z_f = \{-2;2\}$

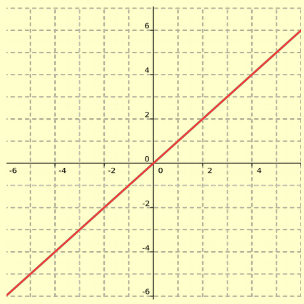
A savoir

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Une **représentation graphique** de f est le tracé de l'ensemble des couples $(x;f(x))$ pour x appartenant à D_f.

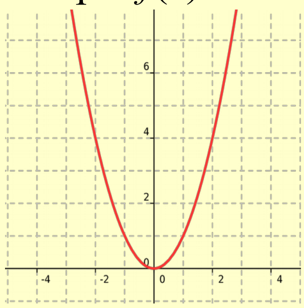
Le logiciel libre et gratuit GeoGebra (http://geogebra.org) est très utile pour représenter graphiquement des fonctions...

Fonctions réelles élémentaires f

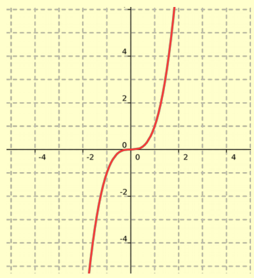
définie par $f(x)=x$



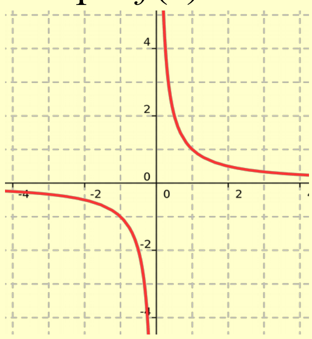
définie par $f(x)=x^2$



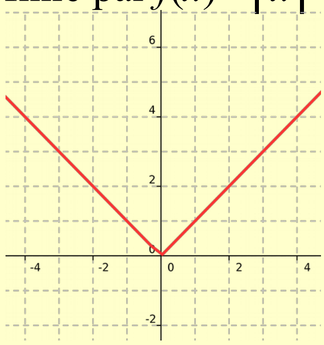
définie par $f(x)=x^3$



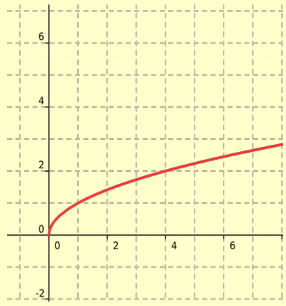
définie par $f(x)=1/x$



définie par $f(x)=|x|$



définie par $f(x)=\sqrt{x}$



A savoir

Les grandes familles de fonctions supposées connues sont les fonctions :
1/ polynomiales
2/ rationnelles
3/ racines carrées simples
4/ trigonométriques
5/ logarithmiques et exponentielles