Epreuve regroupée de mathématiques

Classes: **2 MA2, DF1, DF2**
Durée: **90 minutes**
Documents autorisés: **calculatrice personnelle** non programmable.

Tous les calculs, chaque étape de vos raisonnements avec sa justification doivent figurer sur votre copie.

ÉNONCÉ A RENDRE A LA FIN DE L'ÉPREUVE, modèle de la calculatrice:

Question 1

Simplifiez, évaluez les expressions suivantes, sans l'aide de la calculatrice.

a) $\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)^{-2}$ b) $\ln\left(\frac{\sqrt{e\sqrt[3]{e}}}{e^4}\right)$ c) $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a^4}{\sqrt[3]{a}}\right)$

Question 2

Résolvez les équations suivantes.

a) $\sqrt{(3x+1)^{5/6}+4}=6$ b) $\left(\frac{4}{3}\right)^{1-x}=\frac{5^x}{3}$

c) $\log_4(x-4)=1-\log_4(x)$ d) $\log\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)+\log\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)=0$

Question 3

Soient les fonctions $f(x)=3^x-2$ et $g(x)=\frac{\ln(x+2)}{\ln(3)}$.

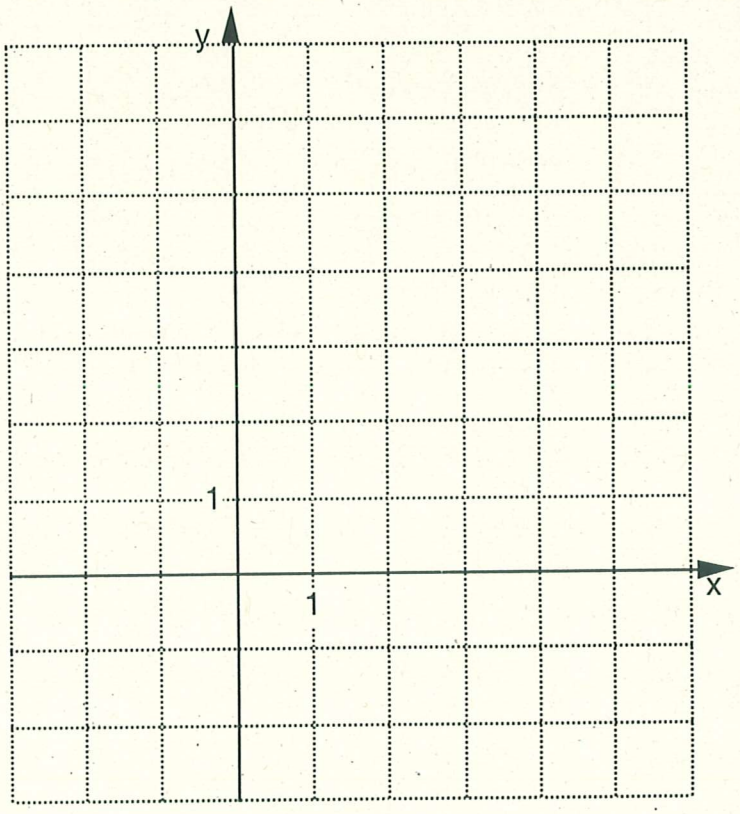
a) Déterminez les domaines de définition des fonctions f et g.

b) Calculez gof et fog.

c) Que peut-on conclure à propos de ces deux fonctions ?

d) Esquissez, ci-contre, le graphe de f.

e) A l'aide de votre conclusion en c), esquissez le graphe de g.



Suite au verso

Question 4

Une population du virus DESA2 peut être anéantie par le traitement ALPHA. A l'aide de cette action la population décroît de 3% tous les 10 jours.
En combien de jours, la population diminue-t-elle de moitié ?

Question 5

Soit la fonction $f(x) = 2 - \sqrt{4 - x}$

Les questions a), b) et c) peuvent être effectuées dans n'importe quel ordre. Au cours de la résolution, vous devez écrire tout ce qui est demandé.

a) Déterminez le domaine de définition et l'ensemble des images de f.

b) Trouvez la fonction réciproque f^{-1} de f (trouvez la formule de $f^{-1}(x)$).

c) Déterminez le domaine de définition et l'ensemble des images de f^{-1}.