2Ma2DF03 Corrigé semestrielle juin 2007

/77 not : /3 fr : /3 [/80]

ex1 : • $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

[/14] • $\frac{25x}{x+3} \geqslant 7x - x^2 \iff \frac{25x}{x+3} - (7x - x^2) \geqslant 0$

$$\iff \frac{25x - (7x - x^2)(x+3)}{x+3} \geqslant 0$$

$$\iff \frac{25x - x(7-x)(x+3)}{x+3} \geqslant 0$$

$$\iff \frac{x\left[25 - (7-x)(x+3)\right]}{x+3} \geqslant 0$$

$$\iff \frac{x\left[x^2 - 4x + 4\right]}{x+3} \geqslant 0$$

$$\iff \frac{x(x-2)^2}{x+3} \geqslant 0$$ 7

x		-3		0		2	
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-2)^2$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\frac{x(x-2)^2}{x+3}$	$+$	//	$-$	0	$+$	0	$+$

5

$$S =]-\infty; -3[\cup [0; +\infty[$$ 2

ex 2 :

[/17] a) $3(x-2)^{15} = 100 \Leftrightarrow (x-2)^{15} = \frac{100}{3}$

$\Leftrightarrow x-2 = \sqrt[15]{\frac{100}{3}}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt[15]{\frac{100}{3}} + 2$

$\cong 3,26$

4

$S \cong \{3,26\}$

b) $2^{2x-3} = 3^{x+1} \Leftrightarrow \log(2^{2x-3}) = \log(3^{x+1})$

$\Leftrightarrow (2x-3)\log(2) = (x+1)\log(3)$

$\Leftrightarrow x[2\log(2) - \log(3)] = \log(3) + 3\log(2)$

$\Leftrightarrow x = \frac{\log(3) + 3\log(2)}{2\log(2) - \log(3)}$

$= \frac{\log(3 \cdot 2^3)}{\log\left(\frac{2^2}{3}\right)}$

5

$= \frac{\log(24)}{\log\left(\frac{4}{3}\right)} \cong 11,05$

c) D_f : pb si $x \leq 0$
pb si $3x+2 \leq 0$
$x \leq -2/3$ $\Big\}$ $D_f = \mathbb{R}^+$

$\log(2) + 2\log(x) = \log(3x+2) \Leftrightarrow \log(2 \cdot x^2) = \log(3x+2)$

$\Leftrightarrow 2x^2 = 3x+2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Delta = 9 + 16 = 25$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{4}$ $\nearrow x_1 = 2$ $\searrow x_2 = -1/2$

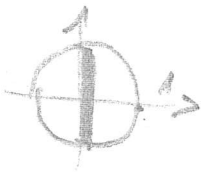
5

$S = \{2\}$

d) $\sin(x) = 2$

Comme on a : $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

$S = \emptyset$ (3)



<u>ex3:</u> $C_n = C_0 e^{it}$

[/20]

$C_{1750} = 280$ ppm
$C_{2000} = 368$ ppm
$t = 2000 - 1750 = 250$ ans
i : ? taux accr. <u>annuel</u> continu

$\Rightarrow$

$$368 = 280 e^{i \cdot 250}$$
$$\Leftrightarrow e^{i250} = \frac{368}{280}$$
$$\Leftrightarrow 250 i = \ln\left(\frac{368}{280}\right)$$
$$i = \ln\left(\frac{368}{280}\right) \cdot \frac{1}{250}$$
$$\simeq 0{,}001093$$
(6)

a) I) $C_{2050} = 280 \cdot e^{i \cdot (2050 - 1750)}$
$= 280 \cdot e^{i300}$
$\simeq 388{,}67$ ppm (4)

[remarque : on peut aussi faire $C_{2050} = C_{2000} e^{i(2050-2000)}$
$= \dots = 388{,}67$ ppm]

II) $400 = 280 e^{i(t-1750)} \Leftrightarrow e^{i(t-1750)} = \frac{400}{280}$
$$\Leftrightarrow i(t - 1750) = \ln\left(\frac{400}{280}\right)$$
$$\Leftrightarrow t = \ln\left(\frac{400}{280}\right) \cdot \frac{1}{i} + 1750 \simeq 2076{,}3$$
(6)

b) on a calculé au début de l'exercice le taux d'accroissement annuel, qui est de $\sim 0{,}01\,\%$;

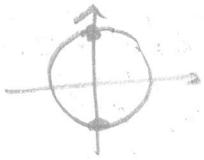
il est donc bien moins élevé pour ce modèle que celui que les experts annoncent pour ces années, soit $0{,}4\,\%$;

le modèle est inadapté à la réalité actuelle !

/18 **ex 4:** $f(x) = 5\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$

① a) $D_f = \mathbb{R}$

b) $\cancel{5}\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = 0$

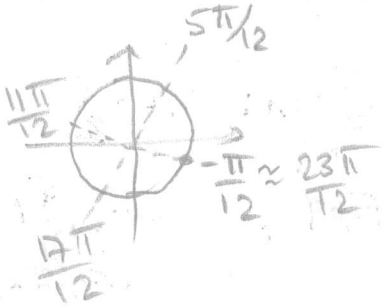


$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3} - 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\Leftrightarrow -2x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + k\pi$

$\Leftrightarrow -2x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

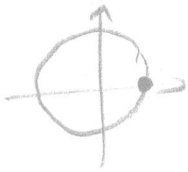
④ $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} - k\frac{\pi}{2}$



② c) $S = \left\{\frac{5\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}; \frac{23\pi}{12}\right\}$

d) $f^{-1}(5)$: $5\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = 5$

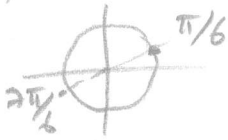
$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = 1$



$\frac{\pi}{3} - 2x = 2k\pi$

$-2x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

④ $x = \frac{\pi}{6} - k\pi$

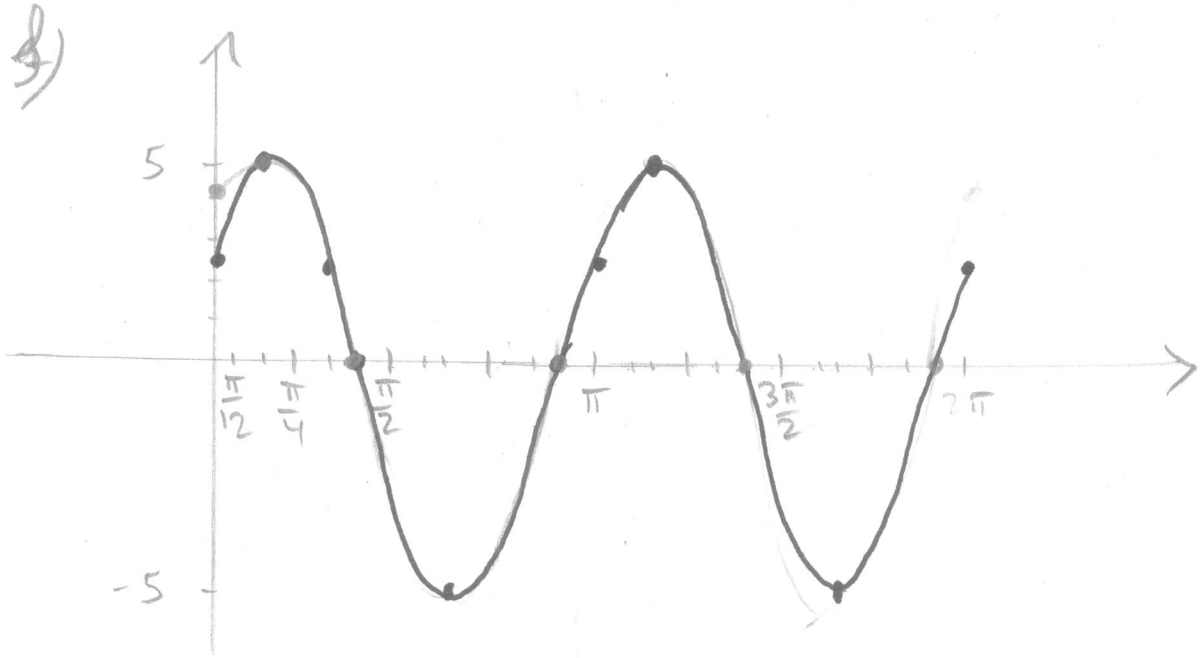


dans $[0; 2\pi[$: $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right\}$

③ e) $f(0) = 5\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{5 \cdot 1}{2} = 2{,}5$ $\quad f(\pi) = 5\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 5\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2{,}5$

f)

④



ex 5 :

[/8]

a) C-ex : $x = y = 1$

$a = 10$

FAUX $\log(2) \overset{?}{=} \log(1) + \log(1)$

$\log(2) \overset{?}{=} 0$

faux (4)

b) C-ex : $x = \frac{\pi}{2}$

FAUX $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}\right) \overset{?}{=} -\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\cos(2\pi) \overset{?}{=} -\sin(\pi/2)$

$1 \overset{?}{=} -1$

faux (4)

Barème :

74-80	:	6
67-73	:	5½
60-66	:	5
53-59	:	4½
46-52	:	4
39-45	:	3½
31-38	:	3
22-30	:	2½
13-21	:	2
0-12	:	1½