Collège de Saussure **Epreuve de mathématiques de 3e année, niveau avancé**	
Maître	Jean-Marie Delley
Date	20 mai 2022
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : • table numérique non annotée (signets et surlignage autorisés) ; • calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	• **répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire une feuille en y ajoutant votre nom ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul.

Nom : ……………………………………….. Prénom : ………………... Groupe : …….

Répartition des points

Exercice 1 : xx points

Exercice 2 : xx points

Exercice 3 : xx points

Notations : …………. → …. / 2 points

Total : ……. / xx points

Français (facultatif) : …………. → …. / 1 point

Total final : ……. / xx points

Note : ………/ 6

Exercice 1 (environ xxx points)

On considère :

- les points $Q(1;-5;-9)$, $R(13;-11;9)$ et $S(5;3;1)$;
- le plan π: $4x - 7y + 4z - 3 = 0$;
- la droite donnée par : $d:\begin{pmatrix} x-15 \\ y+1 \\ z-11 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Partie I :

(a) Le point Q appartient-il au plan π? Justifier.

(b) Déterminer T pour que $QRST$ soit un parallélogramme.

(c) Calculer l’aire du triangle QRS.

Partie II :

(d) Déterminer les coordonnées du point P d’intersection de la droite d_1 avec le plan π.

(e) Déterminer les coordonnées de deux points de la droite d_1 qui ne sont pas situés du même côté du plan π. Justifier clairement la réponse.

(f) Calculer le volume du tétraèdre $PQRS$.

Si vous n’avez pas répondu à la question (a), utilisez pour les questions (d) et (e) le point P(−5; 1; 2) (qui n’est pas la bonne réponse à la question(a)).

(g) Soit π_1 le plan passant par les points Q, R et S. Calculer la distance séparant le point P du plan π_1.

Partie III :

(h) Déterminer une équation cartésienne du plan π_2 contenant le point Q et la droite d_1.

(i) Déterminer des équations paramétriques de la droite d’intersection des plans π et α.

Si vous n’avez pas répondu à la question précédente, utilisez π_2 *:* $2x-3y+4z+1=0$ *(qui n’est pas la bonne réponse à la question précédente).*

Partie IV:

(j) Montrer que la droite d_1 et la droite d_2 donnée par : $d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+5}{3}$ x−21 ne sont ni strictement parallèles ni confondues.

(k) Les droites d_1 et d_2 sont-elles sécantes ou gauches? Si elles sont sécantes, déterminer les coordonnées de leur point d’intersection. Si elles sont gauches, calculer la distance qui les sépare.

Partie bonus (facultative) : Déterminer des équations cartésiennes des plans situés à une distance 6 du plan π.

Exercice 2 (environ xxx points)

Démontrer avec la géométrie vectorielle que les diagonales du losange se coupent perpendiculairement.

Indications :

- définition : un losange est un quadrilatère dont les 4 côtés sont de longueurs égales
- rappel : $\vec{v}\cdot\vec{v}=\|\vec{v}\|^2$ (propriété du produit scalaire)

Exercice 3 (environ xxx points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a) Soit Δ engendré par les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$, alors $Aire(\Delta)=\frac{\|\vec{u}\,x\,\vec{v}\|}{2}$

(b) Si $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{t}$ sont des vecteurs, alors $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]\cdot\vec{t}=(\vec{u}\,x\,\vec{v})\,x\,(\vec{w}\,x\,\vec{t})$.

(c) Si $\vec{i}, \vec{j}$ sont des vecteurs d’un plan π , alors tous les points de π sont de la forme $(x;y;0)$.