

Collège de Saussure _____

Epreuve de mathématiques de 3e année, niveau avancé

Maître	Jean-Marie Delley
Date	7 mars 2024
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none">• table numérique non annotée (signets et surlignage autorisés) ;• calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	<ul style="list-style-type: none">• répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire une feuille en y ajoutant votre nom ;• la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;• toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul.

Nom : **Prénom :** **Groupe :**

Répartition des points

Exercice 1 : 13 points

Exercice 2 : 6 points

Exercice 3 : 17 points

Exercice 4 : 6 points

Exercice 5 : 6 points

Total : / 48 points

Notations : → / 2 points

Total final : / 50 points

Note : / 6

Début du travail

Exercice 1 (environ 13 pts)

- (a) Dénombrer les anagrammes du mot STANISLASESTUNAS (un anagramme est un mot formé avec les mêmes lettres que celles du mot considéré).
- (b) A un examen QCM, on doit traiter 16 questions parmi 20 proposées.
 - i. Combien de choix sont possibles ?
 - ii. L'examen est un QCM et chacune des questions a quatre réponses possibles, avec une seule réponse correcte. Si on répond au hasard aux 16 questions auxquelles on a choisi précédemment de répondre, quelle est la probabilité de répondre correctement à au moins 3 questions ?
- (c) De combien de manières différentes peut-on élire un président, un vice-président, un trésorier et un secrétaire dans une association qui comprend 50 membres ?
- (d) On dispose d'un jeu de 36 cartes (4 familles ou couleurs et 9 valeurs différentes). On tire simultanément 5 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir le roi de trèfle et exactement deux coeurs.

Exercice 2 (environ 6 pts)

Une étude qui portait sur les trains d'une compagnie ferroviaire a donné les résultats suivants :

- la probabilité qu'un train présente un défaut de freinage est de 1 %;
- la probabilité qu'un train qui a un défaut de freinage ait aussi un défaut d'ouverture des portes est de 17 %;
- la probabilité qu'un train qui n'a pas de défaut de freinage n'ait non plus de défaut d'ouverture des portes est de 96 %.

Quelle est la probabilité qu'un train qui a un défaut d'ouverture des portes ait aussi un défaut de freinage ?

Exercice 3 (environ 17 pts)

On jette simultanément trois dés indistinguables à 4 faces.

- (a) Déterminer deux événements élémentaires E_1 et E_2
- (b) Combien d'événements élémentaires contient l'univers Ω de l'expérience ?
- (c) Donner deux exemples de votre choix d'événements non élémentaires A et B qui soient incompatibles.
- (d) Donner deux exemples de votre choix d'événements non élémentaires C et D qui ne soient pas incompatibles.
- (e) Quelle est la probabilité :
 - i. Que les trois chiffres obtenus soient pairs ?
 - ii. Que la somme des points soit égale à 4 ?

- iii. Que la somme des points soit strictement plus grande que 4 ?
 - iv. D'obtenir un 4, un 2 et un 1 ?
 - v. Qu'un dé exactement donne le chiffre 4 ?
- (f) Les événements $F=$ « obtenir trois chiffres pairs » et $G=$ « obtenir une somme des points égale à 4 » sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 4 (environ 6 pts)

On dispose d'un jeu de 36 cartes. On en tire une au hasard puis on la remet dans le jeu, puis on en retire une au hasard, qu'on remet aussi dans le jeu, et ainsi de suite. Combien faut-il de tirages pour avoir une probabilité strictement supérieure à 95 % d'avoir tiré le roi de pique au moins une fois ?

Exercice 5 (environ 6 pts)

On considère les conjectures suivantes. Sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- (a) Si les événements A et B sont tels que $B=\overline{A}$, alors $P(A)+P(B)=1$.
- (b) Si les événements A et B sont tels que $P(A)+P(B)=1$, alors $B=\overline{A}$.
- (c) Si $0 \leq k \leq n$ sont des entiers, alors $\binom{n}{k} = \frac{A_k^n}{k!}$.