Ma 3A Travail 90' n° 3 Corrigé

Ex 1 : a) $\underbrace{\text{STANISLASESTUNAS}}_{\text{16 lettres}}$ < 5 "S", 2 "T", 3 "A", 2 "N"

Donc : $\dfrac{16!}{5!\,2!\,3!\,2!} = \boxed{7264857600}$ (1)

b) (i) $C_{16}^{20} = \dfrac{20!}{16!\,4!} = \boxed{4845}$ (ii) A = "réponse correcte à au moins 3 questions"

$\bar{A}$ = "réponse correcte à 0, 1 ou 2 questions"

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$

$= 1 - \left(\dfrac{3^{16}}{4^{16}} + \dfrac{C_1^{16} \cdot 3^{15}}{4^{16}} + \dfrac{C_2^{16} \cdot 3^{14}}{4^{16}}\right) \cong \boxed{0,8029}$

c) $A_4^{50} = \dfrac{50!}{46!} = \boxed{5527200}$ (2)

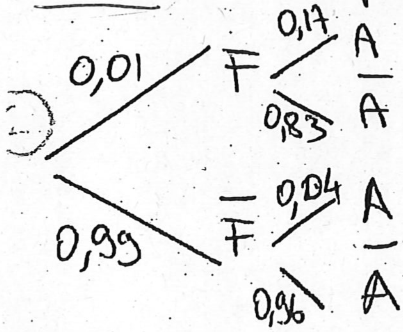
d)

1 roi trèfle	9 coeurs	autres F

on en prend 2

$P = \dfrac{1 \cdot C_2^{9} \cdot C_2^{26}}{C_5^{36}} \cong \boxed{0,0310}$ (3)

Ex 2 : F = "présente un défaut de ferrage", A = "défaut d'ouverture des portes"



$P(F|A) = \dfrac{P(F \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,01 \cdot 0,17}{0,01 \cdot 0,17 + 0,99 \cdot 0,04}$ (1)

$\cong \boxed{0,0412}$ (1)

Ex3 :

a) $E_1 =$ "le premier dé donne 1, le deuxième 2 et le troisième 3"
$E_2 =$ "les trois dés donnent 4" (2)

b) $4^3 = \boxed{64}$ (1)

c) $A =$ "La somme des points vaut 6", $B =$ "la somme des points vaut 12" (1)

d) $C =$ "on obtient au moins un 4", $D =$ "La somme est ≥ 5" (1)

e) i) $p = \dfrac{2^3}{4^3} = \boxed{\dfrac{1}{8}}$ (1)

ii) Seule possibilité 4; 1; 1 dans n'importe quel ordre :
$\Rightarrow p = \dfrac{C_1^3}{4^3} = \dfrac{3}{4^3} = \boxed{\dfrac{3}{64}}$ (1)

iii) $p(\text{"}\sum > 4\text{"}) = 1 - P(\sum \leq 4)$ (1)

$\sum \leq 4$: deux possibilités : $(1;1;1)$; $(1;1;2)$ dans n'importe quel ordre

Donc : $p(\text{"}\sum > 4\text{"}) = 1 - P(\text{"}\sum \leq 4\text{"}) = 1 - \left(\dfrac{1}{4^3} + \dfrac{3}{4^3}\right) = \boxed{\dfrac{15}{16}}$ (1)

iv) $p = \dfrac{3!}{64} = \boxed{\dfrac{3}{32}}$ (2) v) $p = \dfrac{3 \cdot 3^2}{4^3} = \boxed{\dfrac{27}{64}}$ (2) $[(4,X,X), (X,4,X), (X,X,4)]$

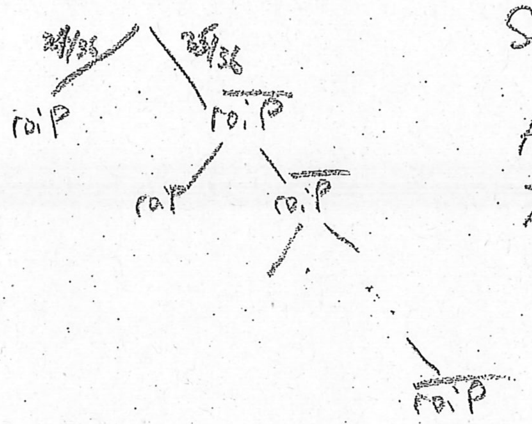
3 choix

3) $P(F) = \dfrac{1}{8}$ (voir e i)), $P(G) = \dfrac{3}{64}$ (voir e ii)), $P(F \cap G) = 0$

Donc : $P(F \cap G) = 0 \neq \dfrac{1}{8} \cdot \dfrac{3}{64} = P(F) \cdot P(G)$, $\boxed{\text{NON}}$ (2)

ex 4 :

[/6]



Soit n le nbre de tirages.

A : # roi P ≥ 1

$\overline{A}$ = aucun roi P

$p(\overline{A}) = \left(\frac{35}{36}\right)^n$ /2

on veut $p(A) > 0,95$ /1

$\Leftrightarrow 1 - p(\overline{A}) > 0,95$ /1

$\Leftrightarrow 0,05 > p(\overline{A})$

$\Leftrightarrow 0,05 > \left(\frac{35}{36}\right)^n$

$\Leftrightarrow \log(0,05) > \log\left(\frac{35}{36}\right)^n$

$\Leftrightarrow \log(0,05) > n \log(35/36)$

$\Leftrightarrow \frac{\log(0,05)}{\log(35/36)} < n$

$\Leftrightarrow 106,34 < n$ /2

Il faut au moins 107 tirages

Ex 5 : a) $\boxed{\text{VRAI}}$, car $\underset{[\text{hyp}]}{P(A) + P(B)} = \underset{[\text{cf cours}]}{P(A) + P(\overline{A}) = 1}$

b) $\boxed{\text{FAUX}}$ Contre ex : On lance un dé à 6 faces

A = "nombre pair", B = "nombre ≥ 4"

$P(A) + P(B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = 1$

$B = \{4;5;6\} \neq \overline{A} = \{1;3;5\}$

---

c) $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$ et $A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$ [par déf]

donc $\frac{A_k^n}{k!} = \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$ c'est vrai