

Collège de Saussure_____

Epreuve de mathématiques de 3e année, niveau avancé

Maître	Jean-Marie Delley
Date	14 mai 2024
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none">• table numérique non annotée (signets et surlignage autorisés) ;• calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	<ul style="list-style-type: none">• la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;• toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul.

Nom : **Prénom :** **Groupe :**

Répartition des points

Exercice 1 : 6 points

Exercice 2 : 10 points

Exercice 3 : 14 points

Exercice 4 : 24 points

Exercice 5 : 8 points

Total : / 62 points

Notations : → / 2 points

Total final : / 64 points

Note : / 6

Exercice 1 (environ 6 pts)

On considère O , A et B , trois points quelconques non-alignés et soit P le point milieu de $[AB]$.
Montrer que $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

Exercice 2 (environ 10 pts)

Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d passant par $A(1;-2;3)$ et $B(2;0;1)$ et du plan Π de vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et passant par l'origine.

Exercice 3 (environ 14 pts)

On considère deux droites d_1 et d_2 d'équations $d_1: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = z+2$ et $d_2: \frac{x}{3} = \frac{-y+2}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

- Sont-elles gauches ? Justifier.
- Trouver une équation cartésienne d'un plan Π_1 parallèle à chacune des droites d_1 et d_2 .
- Trouver une équation cartésienne d'un plan Π_2 parallèle à Π_1 .
- Calculer la distance entre d_1 et d_2 .

Exercice 4 (environ 24 pts)

Dans l'espace, on considère les points $A(0;4;-1)$, $B(-2;4;-5)$, $C(2;2;-5)$ et $D(0;0;-1)$.

On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

- Déterminer une équation cartésienne de chacun des plans médiateurs des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.
- Démontrer que ces trois plans ont un point commun I . Déterminer ses coordonnées.
- En déduire le centre I de la sphère Σ qui contient A , B , C et D . Quel est son rayon ?
- Déterminer une équation cartésienne de la sphère Σ .
- Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$. Effectuer les calculs à la main.

Exercice 5 (environ 8 pts)

On considère les conjectures suivantes. Sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Si \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} , sont trois vecteurs non nuls de l'espace, alors $[\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}] = [\vec{w}; \vec{v}; \vec{u}]$.
- Si on considère le plan $\Pi: ax + by + cz + d = 0$ et la droite $d: \frac{x-a}{a} = \frac{y-b}{b} = \frac{z-c}{c}$, alors d est orthogonale à Π .