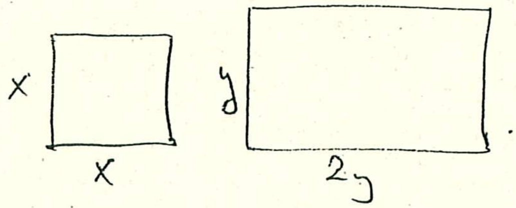
Math 3N Corrigé du travail 90' n°1

Ex1

[/20]



$1 = 4x + 6y \Leftrightarrow y = \frac{1-4x}{6}$ (4)

(a) $A(x) = x^2 + 2y^2 = x^2 + 2\left(\frac{1-4x}{6}\right)^2 = x^2 + \cancel{2}\left(\frac{1-8x+16x^2}{\cancel{36}\,18}\right)$

$= \frac{34x^2 - 8x + 1}{18} = \frac{17}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{1}{18}$ (4)

(b) $S\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ avec $\Delta = b^2 - 4ac = \left(-\frac{4}{9}\right)^2 - 4\cdot\frac{17}{9}\cdot\frac{1}{18} = -\frac{2}{9}$

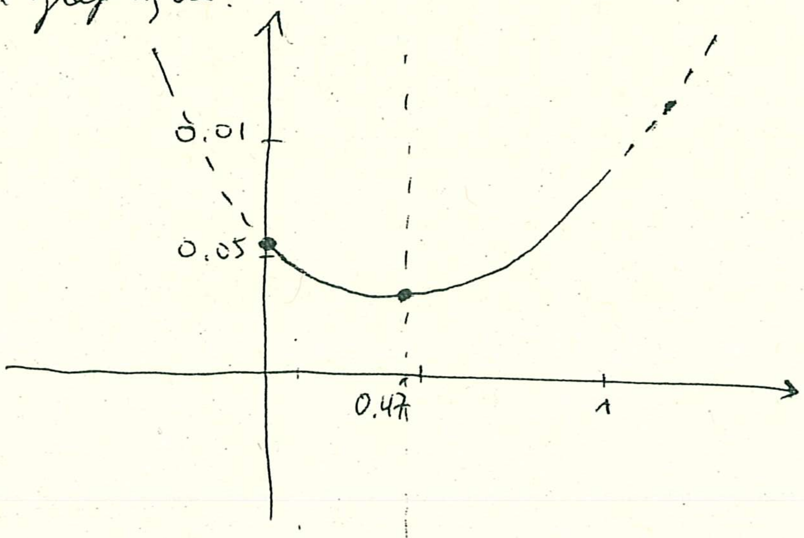
donc $S\left(\frac{4/9}{2\cdot 17/9} ; \frac{2/9}{4\cdot 17/9}\right)$

$S\left(\frac{2}{17} ; \frac{1}{34}\right)$ (4)

Il faut couper la ficelle à la longueur $\underline{4x} = 4\cdot\frac{2}{17} = \frac{8}{17}$
$\cong 0{,}47$ [m] (3)

(c) L'aire minimale vaut alors $\frac{1}{34} \cong 0{,}03$ [m^2] (2)

(d) Inte graphique: (3)



Ex 1 avec alternative :

(b) $A(x) = \dfrac{13x^2 - 7x + 5}{3} = \dfrac{13}{3}x^2 - \dfrac{7}{3}x + \dfrac{5}{3}$

$$\Delta = b^2 - 4ac = \left(-\frac{7}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{13}{3} \cdot \frac{5}{3} = -\frac{211}{9}$$

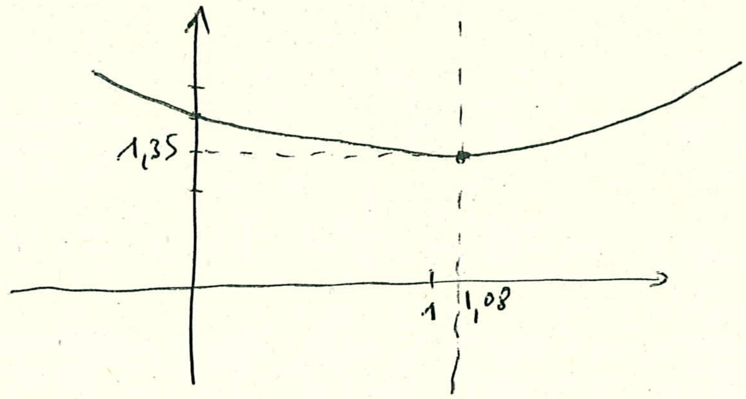
$$S\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right) = S\left(\frac{7/3}{2 \cdot 13/3} ; +\frac{211/9}{4 \cdot 13/3}\right)$$

$$= S\left(\frac{7}{26} ; \frac{211}{156}\right)$$ (4)

Il faut couper la ficelle à la longueur $4x = 4 \cdot \frac{7}{26} = \frac{28}{26} \cong 1{,}08$ [m] (3)

ce qui est plus long que la ficelle !

(d) Int graphique:



(3)

(c) pour avoir une aire minimale, il faut donc utiliser toute la ficelle pour le carré, càd $4x = 1$

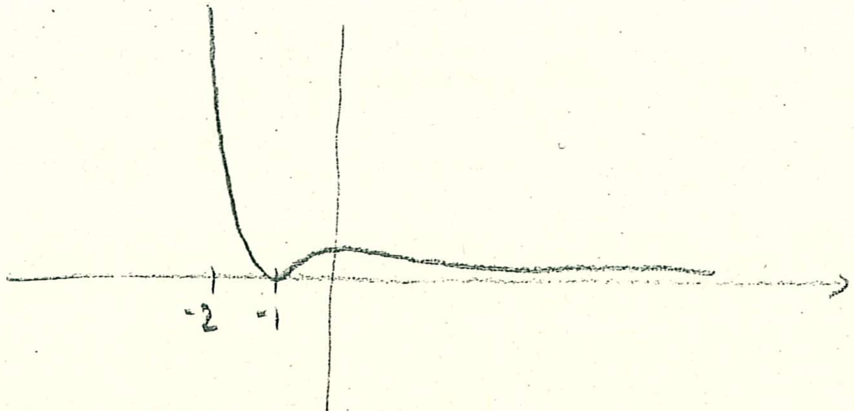
$x = \frac{1}{4}$

L'aire vaut alors $A\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{247}{192}$ (2)

$\cong 1{,}28$ [m²]

2. (a)

[/21]



(2)

(b) $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) \simeq 0{,}3$ } conjectures d'après repr. graphique (2)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

(c) car la fct f n'est pas définie pour $x < -2$! (2)

(d)

x	$f(x)$
$-1{,}995$	$\sim 465{,}9$
$-1{,}996$	$\sim 606{,}7$
$-1{,}997$	$\sim 850{,}7$
$-1{,}998$	~ 1365
$-1{,}999$	$\sim 3033{,}7$

(2)

(e) Confirmée, la fct f prend des valeurs de + en + grandes quand $x \to -2^+$

on s'en convainc encore plus si on fait une table avec des valeurs encore plus proche de 2^+

La repr. graphique de f par la calculatrice est plutôt bonne.

(2)

(f)

x	$f(x)$	x	$f(x)$
0.99	$\sim 0{,}26379$	1.01	$\sim 0{,}26115$
0.992	$\sim 0{,}26358$	1.008	$\sim 0{,}26182$
0.994	$\sim 0{,}26336$	1.006	$\sim 0{,}26204$
0.996	$\sim 0{,}26314$	1.004	$\sim 0{,}26226$
0.998	$\sim 0{,}26292$	1.002	$\sim 0{,}26248$

(2)

(g) $\lim_{x \to 1} f(x) \cong 0{,}28$ on précise ... (2)

pas satisfaisante ! $f(1) \nexists$, mais cela n'apparaît pas bien sur l'écran (2)

(h) 2nd - calc - max

puis on positionne le curseur sur la courbe vers -1^+ et vers -1^- (2)

On obtient : $x \cong 0{,}36$
$y \cong 0{,}3$ (2)

le resultat est approché et non exact (1)

3. [/20]

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{(x-3)\cancel{(x-1)}} = \dfrac{2}{-2} = -1$ (4)

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^7+2x^6+x^4}{x^4-16} = \dfrac{0+0+0}{0-16} = 0$ (3)

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x^6-10x}{x^4-3x-1} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2 x^4(-1-10/x^5)}{x^4(1-3/x^3-1/x^4)}$

$= \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2(-1-10/x^5)}{(1-3/x^3-1/x^4)} = \dfrac{(-\infty)^2(-1-0)}{1-0-0} = -\infty$ (4)

d) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x^2-10}{(3-x)^3} = \dfrac{-1}{(0^+)^3} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^2-10}{(3-x)^3} = \dfrac{-1}{(0^-)^3} = \dfrac{-1}{0^-} = +\infty$ (4)

donc $\lim\limits_{x\to 3} f(x) \nexists$

e) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{x^2+12}-4} \cdot \dfrac{(\sqrt{x^2+12}+4)}{(\sqrt{x^2+12}+4)} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)(x-2)(\sqrt{x^2+12}+4)}{(x^2+12)-16}$

$= \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\cancel{(x-2)(x+2)}(\sqrt{x^2+12}+4)}{\cancel{(x-2)(x+2)}} = \sqrt{16}+4 = 8$ (5)

4 a) Faux

[/12] Contre-exemple :

Conj : Si n est pair, alors n est impair

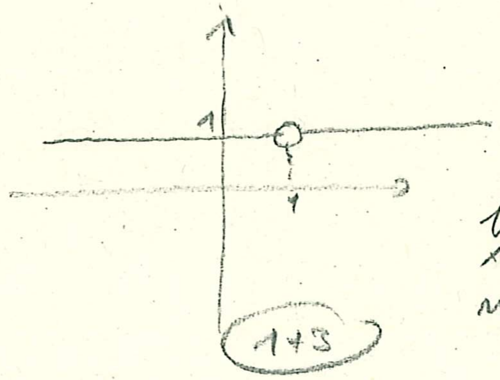
c'est faux

Sa réciproque : Si n est impair, alors n est pair

est aussi fausse (1+3)

b) Faux

Contre-exemple :



$f(x) = \frac{x-1}{x-1}$

$\lim_{x \to 1} f(x) = 1$

mais $1 \notin D_f$

c) Vrai

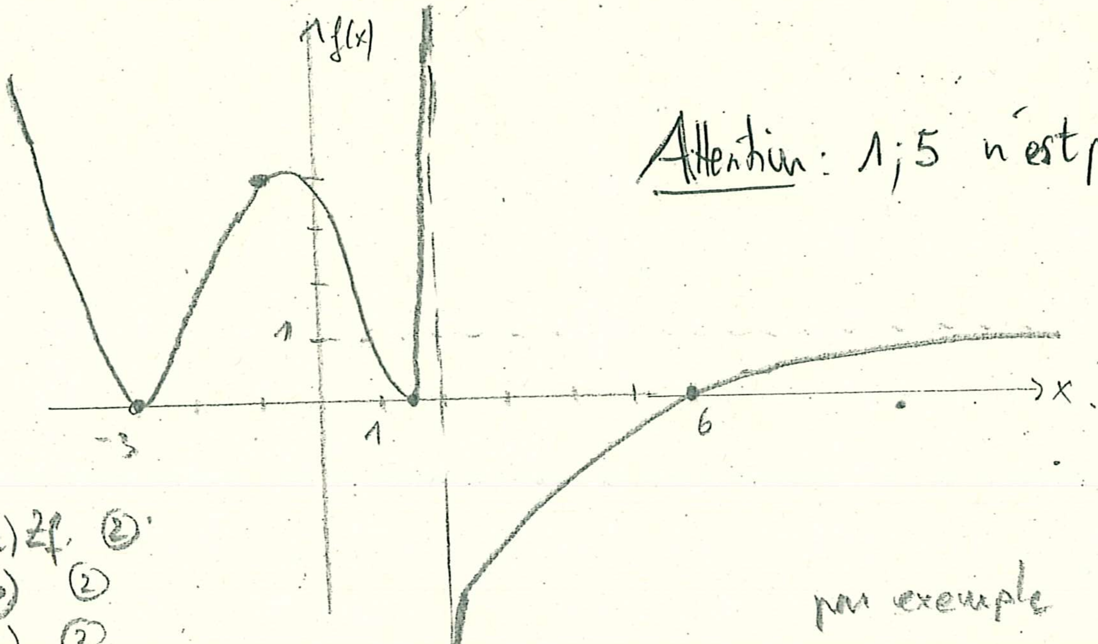
dem : $f(x) = \frac{(x^4-4)\cancel{(x^4+4)}}{\cancel{x^4+4}}$ on peut simplifier pour tout $x \in \mathbb{R}$

$= x^4 - 4$ est polyn. de degré 4 (1+3)

5.

[/8]

Attention : 1;5 n'est pas 1,5



a) Df ②

b) ②

c) ②

d) ①

e) ①

par exemple