

Travail intermédiaire de mathématiques n°2

Date : 27 novembre 2008
Durée : 90 minutes
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 3Ma1DF1

Nom:

Prénom:

Groupe:

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes : → / ...

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes : → / ...

Total des points des exercices : /

Total des points de l'épreuve : /

Note :

/ 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : <http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/mode-d-emploi-pour-commencer-le-suivi-individualise-des-evaluations>
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
 - un élève dont la note initiale N est ≥ 4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur <http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Début du travail*Exercice 1 (environ 4 points)*

On considère la fonction réelle définie par $f(x) = x^3 + x + 1$:

- (a) Déterminer $f'(x)$ avec les formules de dérivation
- (b) Déterminer $f'(x)$ avec la définition de la dérivée
- (c) Représenter graphiquement f à l'aide de la calculatrice et recopier cette représentation graphique.
- (d) Déterminer le(s) zéro(s) de f au centième à l'aide de la calculatrice.
- (e) Déterminer l'équation de la tangente au point $(1; f(1))$
- (f) Démontrer qu'il n'y a aucun point P pour lequel la tangente à f en P soit horizontale.

Exercice 2 (environ 4 points)

En utilisant les formules vues au cours, déterminer les dérivées des fonctions réelles suivantes; donner une réponse factorisée au maximum et ne comprenant aucun exposant négatif ou fractionnaire:

(a) $f(x) = \frac{8}{-2x^3}$

(c) $f(x) = (2 - 3x^2)^5 + 7$

(e) $f(x) = \frac{\sqrt{x^4}}{x^3}$

(b) $f(x) = \sqrt{2x}$

(d) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Exercice 3 (environ 2 points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

- (a) Si f n'est pas dérivable en x , alors f n'est pas continue en x
- (b) Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe, alors $a \in D_f$

Exercice 4 (environ 3 points)

Représenter graphiquement une fonction f de votre choix qui vérifie toutes les conditions suivantes :

- (a) L'ensemble Z_f des zéros de f est $\{-3; 1,5; 6\}$
- (b) $f(1) = 6$
- (c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$
- (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- (e) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 3$ et f n'est pas continue en $x = 4$
- (g) f n'est pas dérivable en $x = 5$ mais est continue en $x = 5$

Exercice 5 (environ 5 points)

On considère le théorème sur la dérivée du produit de deux fonctions

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant les hypothèses et conclusions

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème; donner les arguments qui manquent [directement sur l'énoncé] et compléter lorsque c'est nécessaire :

Démonstration :

$$(f \cdot g)'(x)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots\dots\dots] - (f \cdot g)(x)}{h}$$

car [Arg1:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots\dots\dots] - (f(x) \cdot g(x))}{h}$$

car [Arg2:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) \cdot g(x+h) + [\dots\dots\dots] - f(x+h) \cdot g(x) - f(x) \cdot g(x)}{h}$$

car [Arg3:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) \cdot g(x+h) - f(x+h) \cdot g(x) - f(x) \cdot g(x) + [\dots\dots\dots]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) \cdot (g(x+h) - [\dots\dots\dots]) + g(x) \cdot ([\dots\dots\dots] - f(x))}{h}$$

car [Arg4:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) \cdot (g(x+h) - [\dots\dots\dots])}{h} + \frac{g(x) \cdot ([\dots\dots\dots] - f(x))}{h} \right)$$

car [Arg5:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(f(x+h) \cdot \frac{(g(x+h) - g(x))}{h} + [\dots\dots\dots] \cdot \frac{(f(x+h) - f(x))}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) \cdot (g(x+h) - g(x))}{h} \right) + [\dots\dots\dots] \left(g(x) \cdot \frac{(f(x+h) - f(x))}{h} \right)$$

car [Arg6:]

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h)) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} [\dots] + \lim_{h \rightarrow 0} (g(x)) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$$

On a :

- $\lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h)) = [\dots]$

car [Arg7:

- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = [\dots]$

car [Arg8:

- $\lim_{h \rightarrow 0} (g(x)) = [\dots]$

car [Arg9:

- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = [\dots]$

car [Arg10:

$$\text{Donc } (f \cdot g)'(x) = f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$