Math 3N Travail 90' n°2 Corrigé (3MaIDF.03) 63 pts nd: 2 fr: 2 /65

ex 1 [/14]

(a) $(-12x^3)' = -12\cdot 3x^2 = -36x^3$ ②

(b) $\left[(2x+1)^4(3x-1)^3\right]' = \left[(2x+1)^4\right]'\cdot(3x-1)^3 + (2x+1)^4\cdot\left[(3x-1)^3\right]'$

$= 4(2x+1)^3\cdot(2x+1)'(3x-1)^3 + (2x+1)^4\cdot 3(3x-1)^2(3x-1)'$

$= 4(2x+1)^3\cdot 2\cdot(3x-1)^3 + (2x+1)^4\cdot 3\cdot(3x-1)^2\cdot 3$ ③

$= (2x+1)^3\cdot(3x-1)^2\left[8(3x-1)+9(2x+1)\right]$ ②

$= (2x+1)^3\cdot(3x-1)^2\cdot(42x+1)$

(c) $\left[\sqrt{\frac{1}{x}+2}\right]' = \left[\left(\frac{1}{x}+2\right)^{1/2}\right]' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+2\right)^{-1/2}\cdot\left(\frac{1}{x}+2\right)'$ ③

$= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}+2}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{2x^2\sqrt{\frac{1}{x}+2}}$ ①

(d) $\left(\frac{3x+5}{1-x^2}\right)' = \frac{3(1-x^2)-(3x+5)(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{3-3x^2+6x^2+10x}{(1-x^2)^2}$

$= \frac{+3x^2+10x+3}{(1-x^2)^2}$ ③

ex 2 [/18]

(a) La fonction dérivée f' est définie par :

$$f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ ③

(b) $(-3x^2+2)' = \lim_{h\to 0}\frac{-3(x+h)^2+2-(-3x^2+2)}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{-3(x^2+2xh+h^2)+\cancel{2}+3x^2-\cancel{2}}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{-\cancel{3x^2}-6xh-3h^2+\cancel{3x^2}}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(-6x-3h)}{\cancel{h}}$

$= -6x$ ⑤

ex 3 $f(x) = x^3 - x^2 - x - 2$

1 (14) (a) tg horizontale $\Leftrightarrow f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \cdot 3(-1) = 16$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{6} \rightarrow x_1 = 1$

$\rightarrow x_2 = -1/3$ (4)

$x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$x_2 = -1/3 \Rightarrow f(-\frac{1}{3}) = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - 2 = \frac{-1-3+9-54}{27} = -\frac{49}{27}$ (2)

les 2 points sont $(1; -3)$ et $(-1/3; -49/27) \cong (-0{,}3;\quad)$ (1)

(b) $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ avec $a = -1$

ici : $f'(-1) = 3(-1)^2 - 2(-1) - 1 = 3+2-1 = 4$

$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (-1) - 2 = -1-1+1-2 = -3$

donc $y = 4(x+1) - 3 = 4x + 4 - 3 = 4x + 1$ (3)

(c) on cherche le(s) point(s) tels que $f'(a) = -1$ = pente de $y = -x + 2$

(2)

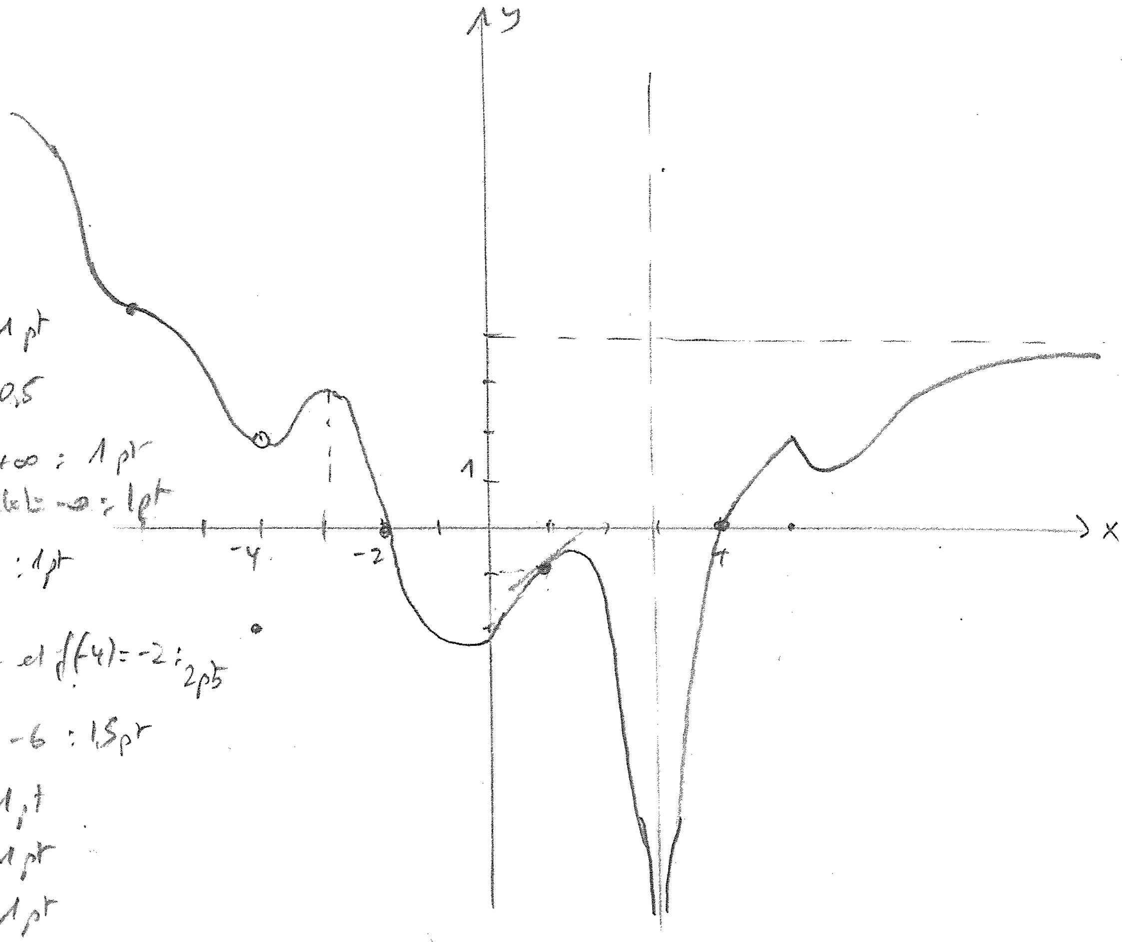
càd $3x^2 - 2x - 1 = -1$

$3x^2 - 2x = 0$

$x(3x - 2) = 0$

$x = 0$ ou $x = 2/3$ (2)

[/12] ex 5



fct : 1pt

$Z_f = \{-2 ; 4\}$ 1pt

$f(0) = -2$: 0,5

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$: 1pt

$\lim\limits_{x \to 3} f(x) = -\infty$: 1pt

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 4$: 1pt

$\lim\limits_{x \to -4} f(x) = 2$ et $f(-4) = -2$: 2p5

pt infl en $x = -6$: 1,5pt

$f'(-3) = 0$: 1pt

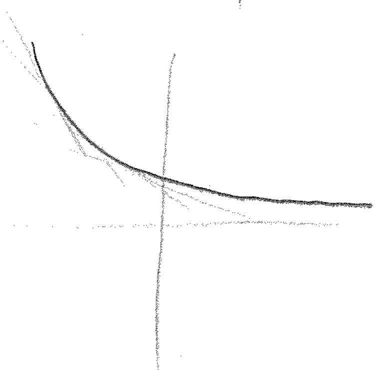
$f'(1) = 1$: 1pt

$f'(5) \nexists$: 1pt

ex 4 a) Faux

[/6] contre-exemple

(1+2)



f est positive sur $\mathbb{R}$

la pente de la tg est tjs < 0

b) Vrai

contraposée : si a est un pt critique de f, alors $f'(a) = 0$

(1+2) est vraie par définition de "pt critique"

comme la contraposée est vraie, la conjecture l'est aussi ex 6

(18) • la 4 ne peut pas être f' car $f'(1,4) \neq 0$ et f admet un min en 1,4 environ

• le 3 " " " " " car la pente de la tg à f pour $x<0$ est toujours <0, donc $f'(x)<0$ pour $x<0$ ce qui n'est pas le cas de 3.

• on observe la pente de la tg à f vers $x=0,5$: elle est >1 donc f' ne peut pas être la 1.

• la 2. peut par contre être la dérivée de f