Ma3N Travail 90' n°5 Corrigé 3Ma1DF03

ex 1

[/10]

(a) $P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{3}{10}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{10}$ (3)

$P(A \cap B) \overset{?}{=} P(A) \cdot P(B)$

$\frac{\cancel{2}}{\cancel{10}} \overset{?}{=} \frac{1}{\cancel{2}} \frac{3}{\cancel{10}} \Leftrightarrow 4 \overset{?}{=} 3$ non

A, B sont dépendants (2)

(b) $P(A) = \frac{6}{11}$

$P(B) = \frac{3}{11}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{11}$ (3)

$P(A \cap B) \overset{?}{=} P(A) \cdot P(B)$

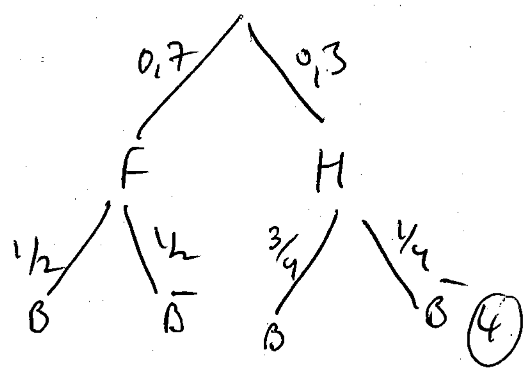
$\frac{2}{\cancel{11}} \overset{?}{=} \frac{6}{11} \cdot \frac{3}{\cancel{11}} \Leftrightarrow 2 \cdot 11 \overset{?}{=} 6 \cdot 3$

$\Leftrightarrow 22 \overset{?}{=} 18$ non

A, B sont dépendants (2)

ex 2

[/8]



$$P(F|B) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}5}{0{,}7 \cdot 0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}75}$$

$\cong 60{,}9\%$

(4)

ex 3

[/13]

(a) $$\lim_{x \to 2} \frac{\sin(4-2x)}{-2(4-2x)} = -\frac{1}{2} \lim_{\substack{x \to 2 \\ x-2 \to 0 \\ 2-x \to 0 \\ 4-2x \to 0}} \frac{\sin(4-2x)}{4-2x} = -\frac{1}{2} \cdot 1 = -\frac{1}{2}$$ (3)

(b) $$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{\cos(x-2)} = \frac{2-2}{\cos(0)} = \frac{0}{1} = 0$$ (2)

(c) $$\lim_{x \to 0} -4 \cdot \frac{\sin(3x)}{\cos(3x)} \cdot \frac{1}{2x} = \lim_{x \to 0} -\cancel{4}^{\,2} \frac{\sin(3x)}{3x} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{\cos(3x)}$$

$$= -2 \cdot 3 \underbrace{\lim_{3x \to 0} \frac{\sin(3x)}{3x}}_{=1} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{\cos(3x)} = -6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\cos(3 \cdot 0)} =$$

$$= -6 \cdot \frac{1}{1} = -6$$ (4)

(d) type "$\frac{1}{0}$" : $\lim_{x\to 0^+} \frac{-4\cos(0)}{3\cdot(0^+)^4} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{-4\cos(0)}{3(0^-)^4} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$ $\Bigg\}$ $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$ 4

ex4

1/18 (a) $f'(x) = \cos(-x)(-1) + 1 + \tan^2(x) = -\cos(-x) + 1 + \tan^2(x)$ 3

(b) $f'(x) = -\sin(x^5+x)\cdot(x^5+x)' = -\sin(x^5+x)\cdot(5x^4+1)$ 3

(c) $f'(x) = 10\cos^9\left(\frac{1}{4x+1}\right)\left[\cos\left(\frac{1}{4x+1}\right)\right]'$

$= 10\cos^9\left(\frac{1}{4x+1}\right)\cdot\left(-\sin\left(\frac{1}{4x+1}\right)\right)\cdot\left(\frac{1}{4x+1}\right)'$

$= -10\cos^9\left(\frac{1}{4x+1}\right)\sin\left(\frac{1}{4x+1}\right)\cdot\frac{-4}{(4x+1)^2}$

$= +40\cos^9\left(\frac{1}{4x+1}\right)\sin\left(\frac{1}{4x+1}\right)\cdot\frac{1}{(4x+1)^2}$ 6

(d) $f'(x) = 3x^2 - [1\sqrt{2x} + x\frac{1}{2\sqrt{2x}}(2x)']$

$= 3x^2 - \sqrt{2x} - x\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2x}} = 3x^2 - \sqrt{2x} - \frac{x}{\sqrt{2x}}$ 3

(e) $f'(x) = [1+\tan^2(\sin(x))]\cdot[\sin'(x)]$

$= [1+\tan^2(\sin(x))]\cdot\cos(x)$ 3

ex5

10

a) $\overline{x}_J = \dfrac{3+3\frac{1}{2}+4\cdot 4+4\frac{1}{2}+5\cdot 5}{12} = 4,\overline{3}$

$\overline{x}_M = \dfrac{5\cdot 3+2\cdot 4+2\cdot 5+2\cdot 5\frac{1}{2}+6}{12} = 4,1\overline{6}$ (2)

b) médiane pour J : $\dfrac{4+4\frac{1}{2}}{2} = 4,25$ (moyenne de la 6e et 7e donnée)

" " M : $\dfrac{4+4}{2} = 4$ (2)

c) mode pour J : 5 (valeur qui apparaît le plus souvent)

" " M : 5 (2)

d) $V_J = \dfrac{(3-4,\overline{3})^2+(3,5-4,\overline{3})^2+4(4-4,\overline{3})^2+(4,5-4,\overline{3})^2+5(5-4,\overline{3})^2}{12} \cong 0,43$

$V_M = \dfrac{5(3-4,1\overline{6})^2+2(4-4,1\overline{6})^2+2(5-4,1\overline{6})^2+2(5,5-4,1\overline{6})^2+(6-4,1\overline{6})^2}{12} \cong 1,26$ (2)

e) $\sigma_J = \sqrt{V_J} \simeq 0,66$

$\sigma_M = \sqrt{V_M} \simeq 1,12$ Martin est plus inconstant que Julie (2) ex6

/2 a) $x_1, \dots, x_n$ données initiales

$\overline{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$ moyenne initiale

nouvelles données : $x_1 ; \dots ; x_n ; \overline{x}$

nouvelle moyenne : $\frac{x_1 + \dots + x_n + \overline{x}}{n+1} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n+1} + \frac{\overline{x}}{n+1}$

$= \frac{1}{n+1} \cdot n \cdot \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} + \frac{\overline{x}}{n+1}$

$= \frac{n}{n+1} \cdot \overline{x} + \frac{\overline{x}}{n+1}$

$= \frac{\overline{x}}{n+1} [n+1] = \overline{x}$

donc c'est vrai

1+3

(b) Faux

c-ex jet d'un dé

A = "pair" $\Rightarrow p(A) = 1/2$

B = "impair" $\rightarrow p(B) = 1/2$

$A \cap B = \emptyset \rightarrow p(A \cap B) = 0$

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ et B incompatibles

$p(A) \cdot p(B) = \frac{1}{4} \neq p(A \cap B) \Rightarrow A$ et B dépendants 1+3

(c) Faux

f admet une as. vert en $x=0 \Leftrightarrow \lim_{x \to 0^+} f(x) = \pm\infty$

et/ou

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \pm\infty$

or on sait que $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

1+3