Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématiques de 3e année, niveau normal

Date	16 décembre 2013
Durée	160 minutes
Maître correcteur Cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley 3MA1.DF03 (24 él.), 3MA1.DF05 (22 él.)
Nombre de pages	3
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	7
Documents et matériel autorisés	personnels : • calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent • table numérique non annotée
	fournis par le collège : • feuilles quadrillées
Directives	sauf indication contraire, il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.

Nom : ....

Prénom : ....   **Points :**

Groupe : ....

Cours : ....   **Note** :

Début du travail

Exercice 1 (environ 18 points)

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{4-x^2}{x^2-x-2}$.

(a) Déterminer le domaine de définition, l'ensemble des zéros et l'ordonnée à l'origine.

(b) Donner son tableau de signes.

(c) Calculer $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2} f(x)$

(d) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(e) Proposer une représentation graphique de f cohérente avec les informations récoltées jusque-là.

Exercice 2 (environ 11 points)

Dériver les fonctions suivantes; vos résultats ne contiendront pas d'exposants fractionnaires ou négatifs, seront réduits et factorisés le plus possible :

(a) $f_1 : x \to \dfrac{-3}{2x}$ (b) $f_2 : x \to \dfrac{\sqrt[3]{x}}{x}$ (c) $f_3 : x \to (x-1)^2 \cdot (x^2+2x+1)$

Exercice 3 (environ 12 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{2x}$.

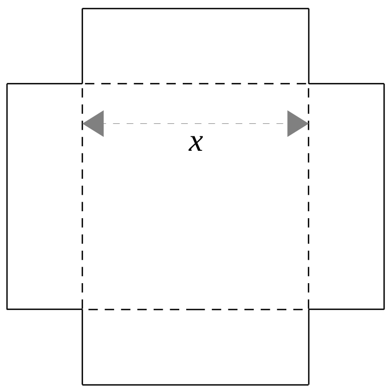
(a) Déterminer <u>à l'aide de la définition</u> la fonction dérivée $f'(x)$.

(b) Vérifier qu'on obtient bien le même résultat à l'aide des formules de dérivation.

(c) Déterminer l'équation de la tangente t à f en $(8;f(8))$.

Exercice 4 (environ 13 points)

On veut construire une boîte en cristal sans couvercle de 500 cm^3 de volume. Le patron de cette boîte, dont la base est un carré de côté x est représenté ci-contre .



(a) Montrer que la surface totale de cette boîte en fonction de x est donnée par $S(x) = x^2 + \dfrac{2000}{x}$.

(b) Quelles doivent être les dimensions de cette boîte pour que cette surface soit minimale ?

(c) Quelle est alors la valeur de cette surface minimale ?

Exercice 5 (environ 8 points)

On donne ci-dessous les tableaux des signes d'une fonction f et de sa dérivée f' :

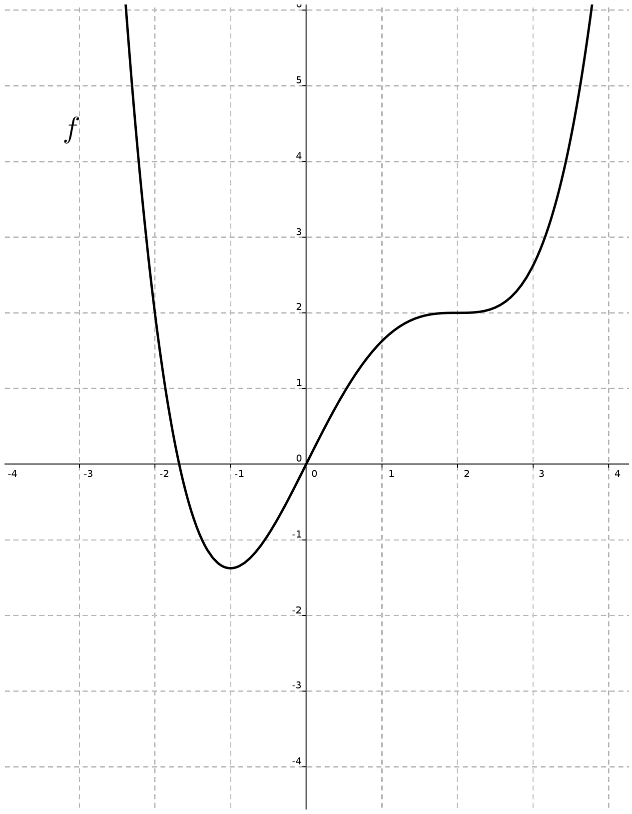
x		-3		3	
$f(x)$	-	0	+	0	+

x		-2		0		3		5	
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+	n'existe pas	-

Esquisser une représentation graphique de f.

Exercice 6 (environ 6 points)

On donne ci-dessous une représentation graphique d'une fonction f. Représenter graphiquement dans le même repère la dérivée f' de f :



Exercice 7 (environ 7 points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

(a) Si f admet un extremum en a, alors $f'(a)=0$.

(b) Si f n'admet pas d'extremum en a, alors $f'(a) \neq 0$

Facultatif (max environ 5 points)

(c) Si f est la fonction définie par $f : x \to x^2$, a et b deux nombres réels quelconques et d est la droite sécante à une représentation graphique de f aux points d'abscisses a et b, alors d est parallèle à la tangente à f au point d'abscisse $\frac{a+b}{2}$.