Ma3N Corr. te. 21/3/2014

1/59 not: 2 Tr 2 [/61]

ex 1 [/31]

$$f(x) = \frac{3x^3+3x^2}{2-2x^2} = \frac{3x^2(x+1)}{2(1-x)(1+x)} \underset{\text{si } x\neq -1}{=} \frac{3x^2}{2(1-x)}$$

- $D_f : \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ (2)
- $Z_f : \{0\}$ (2)
  $(f(0)=0)$
- as. vert : $x = 1$ $\quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{3\cdot 1^2}{2\cdot 0^-} = -\infty$
  $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{3\cdot 1^2}{2\cdot 0^+} = +\infty$ (3)
- $\lim_{x\to -1} f(x) = \lim_{x\to -1} \frac{3x^2}{2(1-x)} = \frac{3(-1)^2}{2(+2)} = +\frac{3}{4}$ (3) trou du graphe
- as. horiz / obl $\Rightarrow$ as obl :

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 & -2x+2 \\ -\;(3x^2-3x) & -\frac{3}{2}x-\frac{3}{2} \\ 3x & \\ -\;(3x-3) & \\ 3 & \end{array}$$ (2)

d'où $f(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{3}{-2x+2}$

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) : \lim_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\right) + \underbrace{\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3}{-2x+2}}_{=0}$$ (2)

càd $y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ as. obl. de f à $\pm\infty$ (1)

- $$f'(x) \underset{x\neq -1}{=} \left(\frac{3x^2}{2-2x}\right)' = \frac{6x(2-2x) - 3x^2(-2)}{(2-2x)^2}$$

$$= \frac{6x[2-2x+x]}{[2(1-x)]^2} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}x\cdot(2-x)}{\underset{2}{\cancel{4}}(1-x)^2}$$

$$= \frac{3x(2-x)}{2\cdot(1-x)^2} \quad (\text{et } x\neq -1)$$ (4)

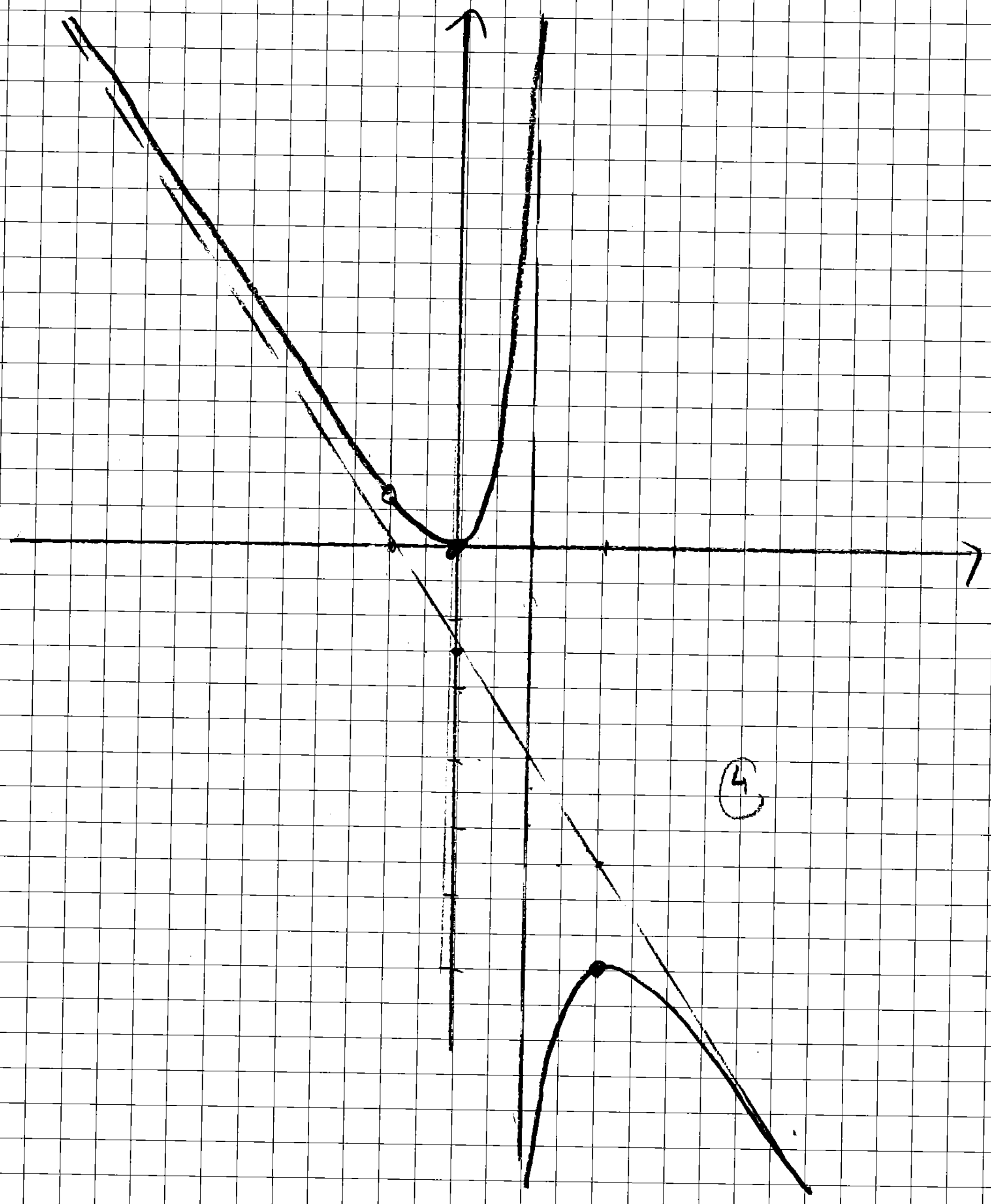
à ne pas oublier !

x		-1		0		1		2	
$3x$	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$2-x$	$+$	$\|\|$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$2(1-x)^2$	$+$	$\|\|$	$+$	$+$	$+$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$		$\nearrow$	max	$\searrow$

(4)

pts critiques : $f(0) = 0$

$f(2) = -6$ (4) inclu graphe



(4)

[/12]

ex 2 - x, y 2 nbres ≤ 0

- $x + y = -18 \Leftrightarrow y = -18 - x$
- à opt : $x^2 + y^2$ 2
- réduire à 1 variable : $x^2 + (-18-x)^2 = f(x)$ 2
- $f'(x) = 2x + 2(-18-x)(-18-x)'$

$= 2x + 2(-18-x)(-1)$

$= 2x + 36 + 2x$

$= 4x + 36$

$= 4(x+9)$ 2

x	-18		-9		0
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	min	$\nearrow$	

2

a) le min. est atteint pour $x = -9$ et donc $y = -9$ aussi, qui sont bien dans $[-18; 0]$ 2

b) le maximum est atteint soit pour $x = -18$, soit pour $x = 0$:

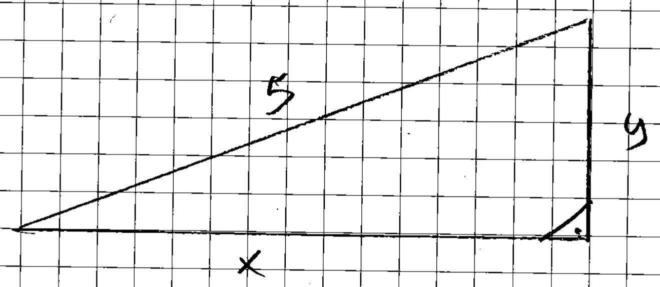
$x = -18 \Rightarrow y = -18 - (-18) = 0$: $x^2 + y^2 = (-18)^2 + 0^2 = 18^2$

$x = 0 \Rightarrow y = -18 - 0$: c'est les 2 mêmes nombres

le max est atteint pour 0 et -18 2

[16]

<u>ex 3</u>



- $x^2+y^2=5^2 \Leftrightarrow y=\sqrt{25-x^2}$

- à optimiser : Aire $= \dfrac{x \cdot y}{2}$

- on réduit à une variable : $\dfrac{x \cdot \sqrt{25-x^2}}{2} = A(x)$ (5)

$A'(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[x\sqrt{25-x^2}\right]' = \frac{1}{2} \cdot \left[1 \cdot \sqrt{25-x^2} + x \cdot \left[(25-x^2)^{1/2}\right]'\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\sqrt{25-x^2} + x \cdot \frac{1}{2}(25-x^2)^{-1/2}(25-x^2)'\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\sqrt{25-x^2} + \dfrac{x}{2\sqrt{25-x^2}} \cdot (-2x)\right]$ (3)

$= \frac{1}{2}\left(\dfrac{2(25-x^2)+x(-2x)}{2\sqrt{25-x^2}}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\dfrac{50-2x^2-2x^2}{2\sqrt{25-x^2}}\right) = \dfrac{-2x^2+25}{2\sqrt{25-x^2}}$ (2)

x		$-\frac{5}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{5}{\sqrt{2}}$		5
$-2x^2+25$	$-$	0		$+$		0	$-$	
$2\sqrt{25-x^2}$	$+$	$+$		$+$		$+$	$+$	
$A'(x)$	$-$	0		$+$		0	$-$	
$A(x)$	$\searrow$	min		$\nearrow$		max	$\searrow$	

(3)

pas de valeurs négatives

le max est atteint pour $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$ cm et $y = \frac{5}{\sqrt{2}}$ cm

et il vaut alors $A\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}}}{2} = \dfrac{25}{4}$ cm^2 (3)