Ma3N Travail n° 1 Corrigé

ex 1 :

[/11]

(a) D_f : pb si $x^2+5x+4=0$
$(x+4)(x+1)=0$
$x+4=0$ ou $x+1=0$
$x=-4$ $\quad$ $x=-1$
$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \{-4;-1\}$ (2)

Z_f : $f(x)=0$

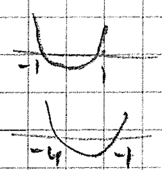
$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-1}{x^2+5x+4}=0 \Leftrightarrow x^2-1=0$ (et $x^2+5x+4\neq 0$)

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0$

$x-1=0$ ou $\cancel{x+1=0}$
$x=1$ $\quad$ $\cancel{x=-1}$
$\in D_f$ $\quad$ $\cancel{\notin D_f}$

$\Rightarrow Z_f=\{1\}$ (3)

tds :



x		-4		-1		1	
x^2-1	+	+	+	0	−	0	+
x^2+5x+4	+	0	−	0	+	+	+
$f(x)$	+	//	−	//	−	0	+

(2)

(b) D_f : pb si $-2x<0$
$x>0$
pb si $\sqrt{-2x}=0$
$-2x=0$
$x=0$
$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}^*_-=]-\infty;0[$ (2)

Z_f : $f(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{-2x}}=0$ $\quad \cdot\sqrt{-2x}$ (si $x\neq 0$)

$\Leftrightarrow 1=0$
impossible (2)

$Z_f=\emptyset$

[14]

ex2 · x : nbre total de passagers

(a) $B(x)$ = somme récoltée − coût pour la compagnie

$$= \underbrace{\underbrace{\left(60-0{,}25\underbrace{(x-100)}_{\substack{\text{nbre de}\\ \text{passagers}\\ \text{après les}\\ \text{100 1ers}}}\right)}_{\text{coût d'un billet}}\cdot x}_{\text{somme récoltée}} - \underbrace{\left(\underbrace{1000}_{\substack{\text{coût}\\ \text{fixe}}} + \underbrace{15(x-100)}_{\substack{\text{coût}\\ \text{additionnel}\\ \text{après les}\\ \text{100 1ers}}}\right)}_{\text{coût total}}$$

$$= (60-0{,}25x+25)x - (1000+15x-1500)$$

$$= 70x - 0{,}25x^2 + 500$$ (6)

(b) $D_{vipp} = [0;+\infty[$ (ou $[1;+\infty[$ ou $\{1;2;3;\ldots\}$) (1)

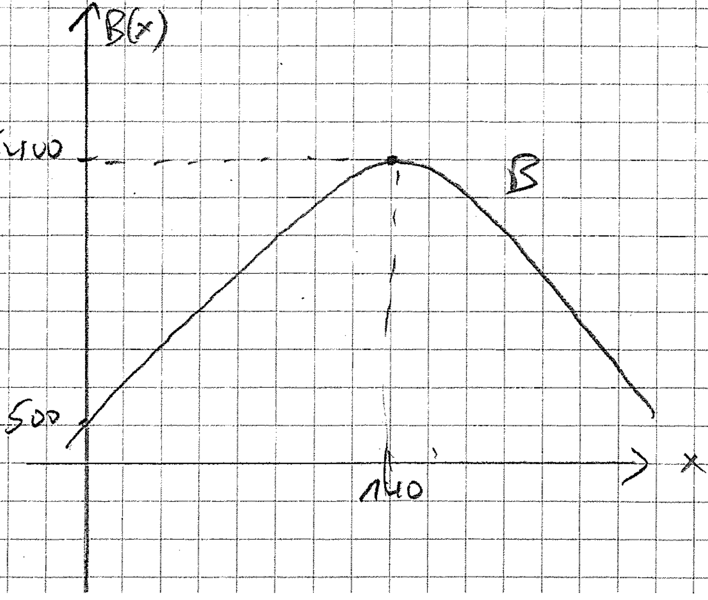
(c) B fct de 2e degré $\Rightarrow$ Sommet $S = \left(\frac{-b}{2a} ; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

$$\Delta = 70^2 - 4\cdot(-0{,}25)\cdot 500 = 4900 + 500 = 5400$$

$$S = \left(\frac{-70}{2\cdot(-0{,}25)} ; \frac{-5400}{4\cdot(-0{,}25)}\right) = (140 ; 5400)$$

Le bénéfice total est atteint pour 140 passagers
il vaut alors 5400.– (4)

(d)



(3)

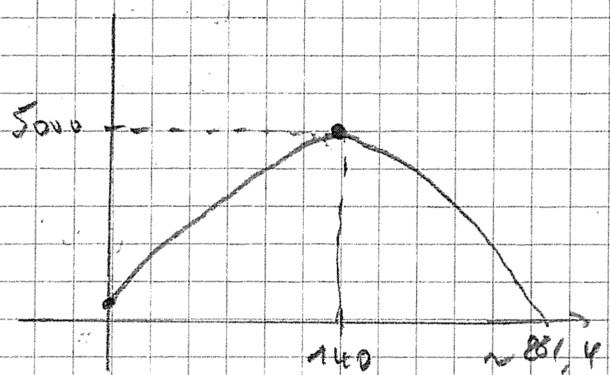
ex2 bis

(c) $S=\left(\frac{-b}{2a};B\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

$=\left(\frac{-70}{-0,5};B(\ldots)\right)=(140;B(140))=(35;5000)$

le bénéfice est max pour $x=140$ passagers ; il vaut alors 5000.—

(d)



ex4

[19] Calculer les limites suivantes et interpréter graphiquement les résultats :

(a) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-18}{3-x}$ type "$\frac{1}{0}$"

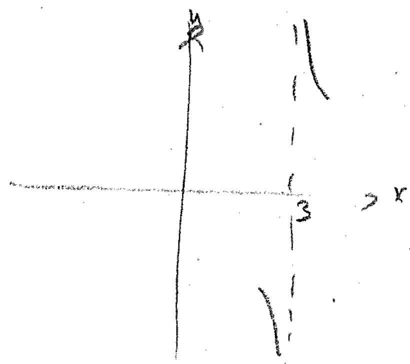
/6

④

$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\frac{-9}{0^+}=-\infty$

$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\frac{-9}{0^-}=+\infty$

$\Rightarrow \lim_{x\to 3} f(x) \nexists$

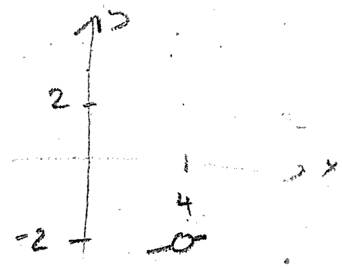


(b) $\lim_{x\to 4}\frac{16-x^2}{x^2-4x}$ type "$\frac{0}{0}$"

/5

③

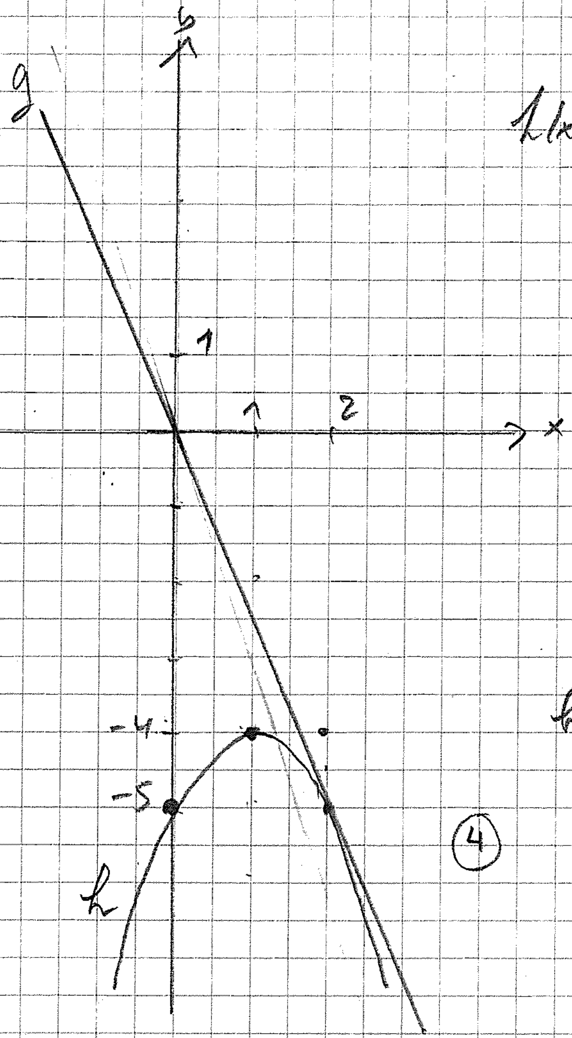
$\lim_{x\to 4} f(x)=\lim_{x\to 4}\frac{(4-x)(4+x)}{x(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{-\cancel{(x-4)}(4+x)}{x\cancel{(x-4)}}=-\frac{8}{4}=-2$



ex 3

[/10]

(a)



$h(x) = -x^2+2x-5$
$= -(x^2-2x+5)$
$\Delta = 4-20$
$= -16<0$

Sommet:

$S:\left(-\frac{2}{2(-1)}; \frac{16}{4(-1)}\right)$
$= (1; -4)$

h concave

$h(0) = -5$

(4)

(b) graphiquement: $I = (2; -5)$ (1)

algébriquement: $-x^2+2x-5 = -\frac{5}{2}x$ ↓ $+\frac{5}{2}x$

$\Leftrightarrow -x^2+2x-5+\frac{5}{2}x = 0$ ↓ $\cdot -2$

$\Leftrightarrow 2x^2-4x+10-5x=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-9x+10=0$

$\Delta = 81-4\cdot 2\cdot 10 = 1$

$x_{1,2} = \frac{9\pm\sqrt{1}}{4}$

$x_1 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ et $x_2 = \frac{8}{4} = 2$

$\Rightarrow g(x_1) = -\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2} = \frac{-25}{4}$ $\quad g(x_2) = -\frac{5}{2}\cdot 2 = -5$

$I_1 = \left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{4}\right)$ $\quad I_2 = (2; -5)$

Il y a 2 pts d'intersection ! (5)

(c) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x-1}{3-\sqrt{12-3x}}$ type "$\frac{0}{0}$" 5

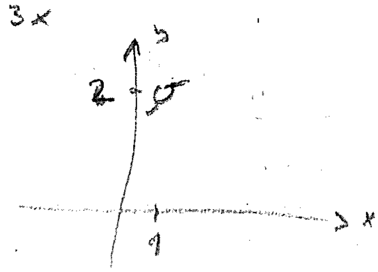
/7

$$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}\frac{(x-1)}{3-\sqrt{12-3x}}\cdot\frac{3+\sqrt{12-3x}}{3+\sqrt{12-3x}} = \lim_{x\to1}\frac{(x-1)(3+\sqrt{12-3x})}{3^2-(\sqrt{12-3x})^2}$$

5

$$= \lim_{x\to1}\frac{(x-1)(3+\sqrt{12-3x})}{9-(12-3x)} = \lim_{x\to1}\frac{(x-1)(3+\sqrt{12-3x})}{-3+3x}$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{\cancel{(x-1)}(3+\sqrt{12-3x})}{3\cancel{(x-1)}} = \frac{3+\sqrt{9}}{3} = 2$$



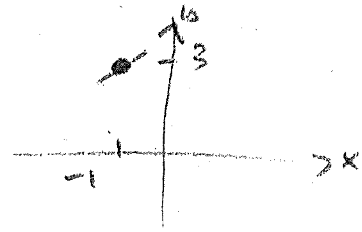
(d) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{\sqrt{3+x^2}+4}{1-x}$ type "normal"

/3

2

$$\lim_{x\to-1} f(x) = \frac{\sqrt{3+(-1)^2}+4}{1-(-1)} = \frac{\sqrt{4}+4}{2} = 3$$

>0

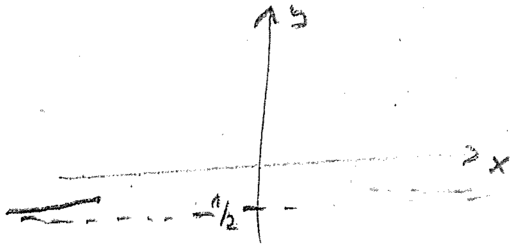


(e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^3+x}{2x^3+1} = \frac{-(+\infty)^3+(+\infty)}{2(+\infty)^3+1} = \frac{(+\infty)+\infty}{+\infty}$ indét "∞/∞"

/4

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x^3}(-1+1/x^2)}{\cancel{x^3}(2+1/x^3)} = \frac{-1+0}{2+0} = -\frac{1}{2}$$

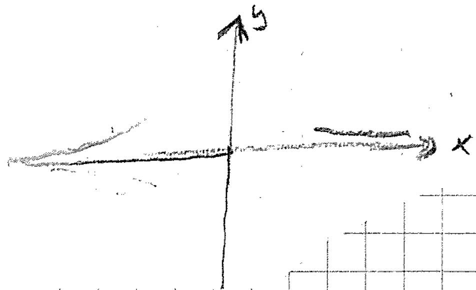
3



(f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-8}{1-4x^2} = \frac{-8}{1-4(+\infty)^2} = \frac{-8}{1-4(+\infty)} = \frac{-8}{1-(+\infty)} = \frac{-8}{-\infty} = 0$

/3

2



ex6

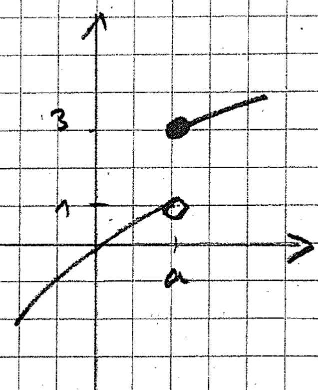
(/9)

(a) Faux C-exple

(1+3)

$\lim_{x \to a} f(x) \nexists$

mais $f(a) = 3$



(b) Vrai Dem si x était le nombre le plus proche de 5

alors $\frac{x+5}{2}$ serait différent de 5

et encore plus proche, car $x < \frac{x+5}{2} < 5$

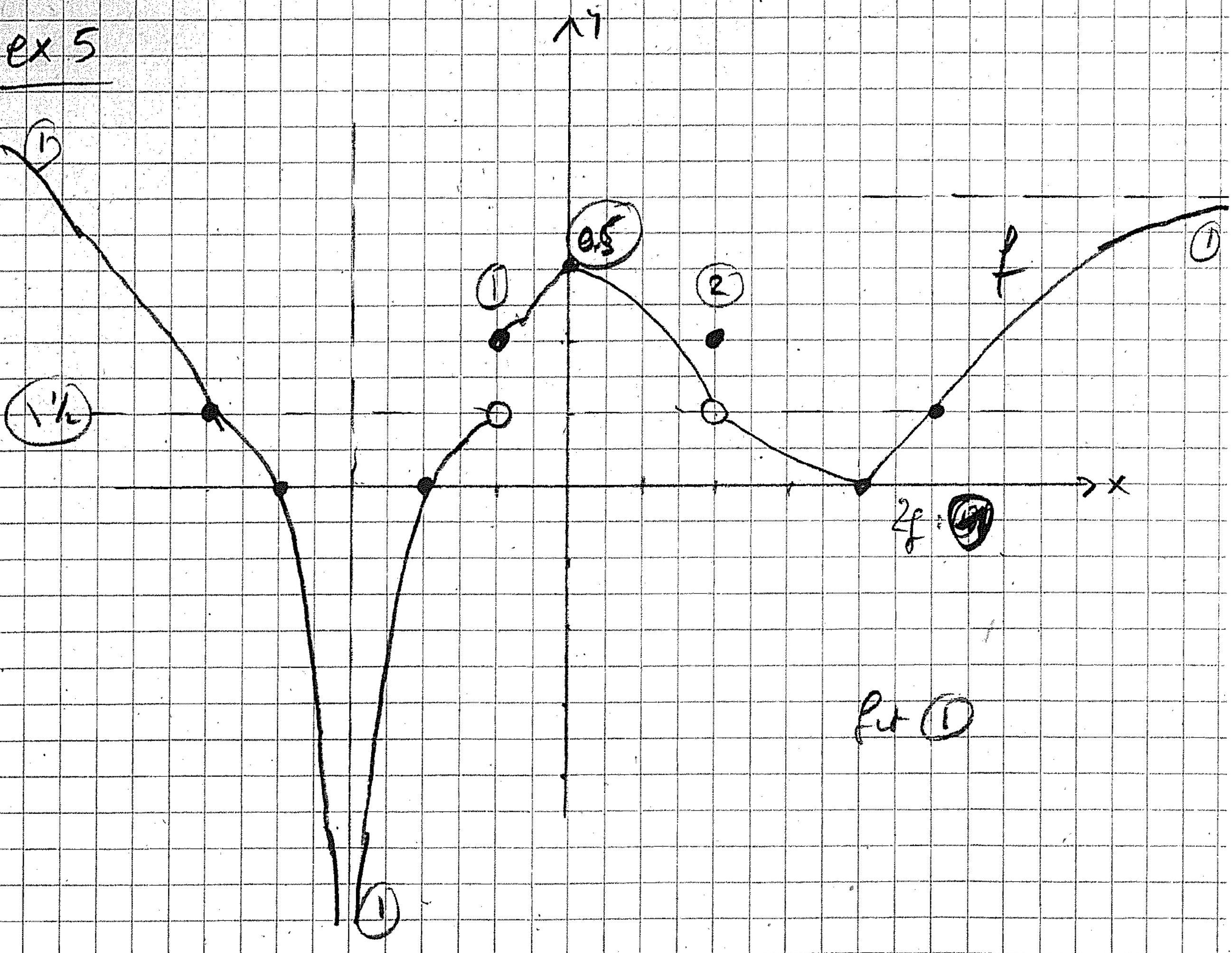
(1+4)

ce serait impossible car contradictoire

avec la définition de x

ex 5

(/10)



fct (1)