Ma3N Travail 90' n°5 Corrigé 3Ma1Df05

ex1 (/10)

(a) $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$P(A\cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (3)

$P(A)\cdot P(B) \overset{?}{=} P(A\cap B)$ (2)

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} \overset{?}{=} \frac{1}{6}$

oui, A et B sont indépendants

(b) $P(A) = \frac{6}{13}$

$P(B) = \frac{4}{13}$

$P(A\cap B) = \frac{2}{13}$ (3)

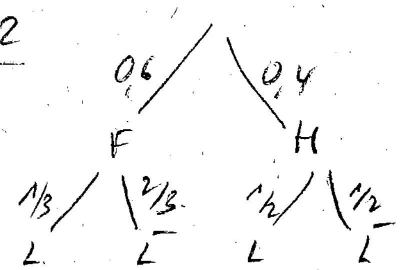
$P(A)\cdot P(B) = P(A\cap B)$

$\frac{6}{13}\cdot\frac{4}{13} \overset{?}{=} \frac{2}{13} \Leftrightarrow 24\cdot\cancel{13} \overset{?}{=} 2\cdot 13\cdot\cancel{13}$ (2)

$\Leftrightarrow 24 \overset{?}{=} 26$

non, A et B sont dépendants

ex2 (/8)



(4)

$P(F|L) = \frac{P(F\cap L)}{P(L)} = \frac{0,6\cdot 1/3}{0,6\cdot\frac{1}{3} + 0,4\cdot 1/2}$

$= \frac{0,2}{0,2+0,2} = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ (4)

ex3 (/13)

(a) type "$\frac{0}{0}$" $\lim_{x\to\frac{3}{5}} \frac{\sin(3-5x)}{-3(3-5x)} = -\frac{1}{3} \underbrace{\lim_{\substack{5x\to 3\\ 5x-3\to 0\\ 3-5x\to 0}} \frac{\sin(3-5x)}{3-5x}}_{=1} = -\frac{1}{3}$ (3)

(b) $\lim_{x\to -7} \frac{\sin(x+7)}{\cos(x+7)} = \frac{\sin(0)}{\cos(0)} = \frac{0}{1} = 1$ (2)

(c) type "$\frac{0}{0}$" $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(-2x)}{\cos(-2x)}\cdot\frac{1}{5x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin(-2x)}{-2x}\cdot\frac{-2\cancel{x}}{5\cancel{x}}\cdot\frac{1}{\cos(-2x)}$

$= -\frac{2}{5}\underbrace{\lim_{-2x\to 0}\frac{\sin(-2x)}{-2x}}_{=1}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos(-2x)}$ (4)

$= -\frac{2}{5}\cdot 1\cdot\frac{1}{\cos(0)}$

$= -\frac{2}{5}$

(d) $\lim_{x\to 0} \frac{4\cos(3x)}{-2x^2}$ type "$\frac{4}{0}$"

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 0^+} \frac{4\cos(3x)}{-2x^2} = \frac{4\cdot\cos(0)}{-2\cdot(0^+)^2} = -\infty \\ \lim_{x\to 0^-} \frac{4\cos(3x)}{-2x^2} = \frac{4\cdot\cos(0)}{-2\,(0^-)^2} = -\infty\end{array}\right\} \lim_{x\to 0} \frac{4\cos(3x)}{2x^2} = -\infty$$

(4)

ex4

1/18

(a) $f'(x) = -\sin(-x)\cdot(-1) - [1+\cos^2(3x)]\cdot 3$

$= \sin(-x) - 3 - 3\cos^2(3x)$ (3)

(b) $f'(x) = 5[\cos^4(x^5)]\cdot[\cos(x^5)]'$

$= 5\cos^4(x^5)\cdot[-\sin(x^5)]\cdot 5x^4$

$= -25x^4\cos^4(x^5)\sin(x^5)$ (3) (4)

(c) $f'(x) = \cos(1/x - \sin(x))\cdot[1/x - \sin(x)]'$ (3) (4)

$= \cos(1/x - \sin(x))\cdot[-\frac{1}{x^2} - \cos(x)]$

(d) $f'(x) = -\sin(\sqrt{3x^2+1})\cdot(\sqrt{3x^2+1})'$

$= -\sin(\sqrt{3x^2+1})\cdot\frac{1}{2\sqrt{3x^2+1}}\cdot 6x$

$= -\frac{\sin(\sqrt{3x^2+1})\cdot 2x}{\sqrt{3x^2+1}}$ (3) (4)

(e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+\sqrt{x}}}\cdot(1-\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{1-\sqrt{x}}}\cdot\left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = -\frac{1}{4\sqrt{x}\sqrt{1-\sqrt{x}}}$

(3)

ex 5

10

a) $\overline{x}_J = \dfrac{3+3\frac{1}{2}+4\cdot 4+4\frac{1}{2}+5\cdot 5}{12} = 4,\overline{3}$

$\overline{x}_M = \dfrac{5\cdot 3+2\cdot 4+2\cdot 5+2\cdot 5\frac{1}{2}+6}{12} = 4,1\overline{6}$ (2)

b) médiane pour J : $\dfrac{4+4\frac{1}{2}}{2} = 4,25$ (moyenne de la 6e et 7e donnée)

" " M : $\dfrac{4+4}{2} = 4$ (2)

c) mode pour J : 5 (valeur qui apparaît le plus souvent)

" " M : 5 (2)

d) $V_J = \dfrac{(3-4,\overline{3})^2+(3,5-4,\overline{3})^2+4(4-4,\overline{3})^2+(4,5-4,\overline{3})^2+5(5-4,\overline{3})^2}{12} \cong 0,43$

$V_M = \dfrac{5(3-4,1\overline{6})^2+2(4-4,1\overline{6})^2+2(5-4,1\overline{6})^2+2(5,5-4,1\overline{6})^2+(6-4,1\overline{6})^2}{12} \cong 1,26$ (2)

e) $\sigma_J = \sqrt{V_J} \cong 0,66$

$\sigma_M = \sqrt{V_M} \cong 1,12$ Martin est plus inconstant que Julie (2) ex 6 [/12]

(a) Faux $\sqrt{V}=\sqrt{V}$

si $0 \leqslant V < 1$, on a : $\sqrt{V} > V$

c.ex si $V = 0,5$, alors $\sqrt{V} = \sqrt{0,5} \simeq 0,7$ (1+3)

(b) Faux

c-ex : jet d'un dé

A : pair $\Rightarrow p(A) = \frac{1}{2}$

B : ~~multiple~~ de 3 $\Rightarrow p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$A \cap B = \{6\} \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ (1+3)

$p(A \cap B) \overset{?}{=} p(A) \cdot p(B)$

$\frac{1}{6} \overset{?}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ oui, donc A et B sont indépendants

mais $(A \cap B) \neq \emptyset$ donc A et B ne sont pas incompatibles

(c) Vrai, nous avons démontré au cours que $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

donc $y = 0$ est une as. horizontale de f à $\pm\infty$

(1+3)