Collège de Saussure **Examen semestriel de mathématiques de 3e année, niveau normal**	
Date	14 décembre 2015
Durée	190 minutes
Maîtres, cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley 3Ma1.DF04 (21 élèves)
Nombre de pages	10
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	7
Documents et matériel autorisés	personnels : • calculatrice TI30Pro, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable) ; • table numérique raisonnablement annotée.
Consignes	• **répondre directement sur les feuilles d'énoncé ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : ....**Prénom** : ....

Groupe: ....**Cours** : ....

Points obtenus: ....**Note**: ....

Répartition des points

Exercice 1 : 9 points

Exercice 2 : 6 points

Exercice 3 : 19 points

Exercice 4 : 11 points

Exercice 5 : 10 points

Exercice 6 : 6 points

Exercice 7 : 6 points

Notations : 2 points

Total : 69 points

Exercice 1 (environ 9 points)

(a) À partir de la définition du nombre dérivé de f en a, déterminer $f'(a)$ pour la fonction f définie par $f(x)=\frac{3}{x^2}$

(b) Vérifier votre résultat avec les formules de dérivation.

Exercice 2 (environ 6 points)

Calculer les dérivées des fonctions f suivantes définies par :
(les résultats ne doivent contenir aucun exposant fractionnaire ou négatif)

(a) $f_1(x)=(x^3-8)^4$

(b) $f_2(x)=x\sqrt{x}+\dfrac{x^2}{4x^3}$

Exercice 3 (environ 19 points)

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x^2-8}{(x-1)^2}$

(a) Déterminer le domaine de définition et l'ensemble des zéros de f.

(b) Donner le tableau de signes de f.

(c) Déterminer toutes les asymptotes de la courbe représentative de f (réponses justifiées).

(d) Montrer que $f'(x)=\dfrac{16-4x}{(x-1)^3}$

N.B. Utiliser dans tous les cas le résultat donné ci-dessus pour traiter les questions suivantes !

(e) Donner le tableau des variations de f (croissance – décroissance).

(f) Déterminer le(s) extrema de f (abscisse et ordonnée).

(g) Esquisser une représentation graphique de la fonction f aussi précise que possible en cohérence avec les résultats obtenus.

Exercice 4 (environ 11 points)

On considère la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{x}$.

(a) Déterminer l'équation de la tangente t_1 à la courbe représentative de f au point $(4;2)$.

(b) Représenter graphiquement f et t_1 sur un même repère pour $x \in [0;10]$

(c) Calculer la pente de la droite sécante s qui coupe la courbe représentative de f aux points d'abscisse x=0 et x=9.

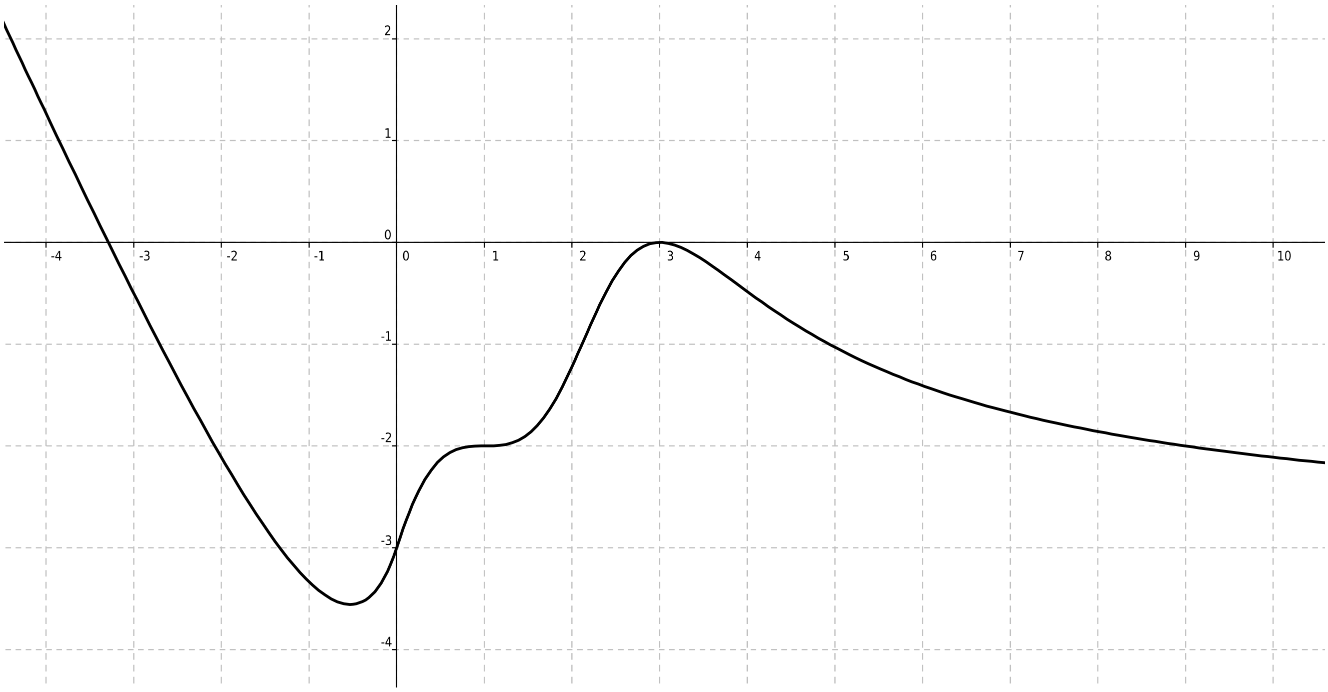
(d) En quel point du graphe de f la tangente t_2 est-elle parallèle à cette droite sécante s? Justifier !

Exercice 5 (environ 10 points)

La poste entend imposer des normes d'encombrement pour les paquets de Noël. Quelles sont les dimensions d'un colis de la forme d'un parallélépipède rectangle de base carrée et de volume maximum que l'on puisse expédier, si la somme de la hauteur et du périmètre de la base est égale à 2,70 mètres ?

Exercice 6 (environ 6 points)

On considère ci-dessous une représentation graphique d'une fonction f. Tracer dans ce même repère de façon aussi précise que possible la courbe représentative de la dérivée f' de f :



Exercice 7 (environ 6 points)

VRAI ou FAUX ? Justifier vos réponses.

(a) Si f est dérivable et positive sur un intervalle I, alors f' est croissante sur I.

(b) Il n'existe pas de nombre réel strictement positif qui soit plus proche de 0 que tous les autres.