Travail de mathématiques n°2

<table>
<tr>
<td>
Date : 26 novembre 2015
Durée : 90'
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 3Ma1DF02
Matériel autorisé
o Calculatrice personnelle non programmable et non graphique
o Table numérique non annotée
Remarques
o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
o Indiquez vos initiales en haut de chaque page
</td>
<td>
Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....
Notations (une coche par faute) :
Fautes : → .... / 2
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : → .... / 2
Total des points des exercices : …..... / 100
Total des points de l'épreuve : …..... / 102
Note : / 6
</td>
</tr>
</table>

Début du travail

Exercice 1 (environ 14 points)

Soit la fonction f définie $f(x)=\sqrt{3-x}$.

(a) En utilisant la définition de la dérivée, déterminer $f'(x)$

(b) Déterminer l'équation de la tangente t à f au point d'abscisse $x = 2$.

(c) Représenter graphiquement f et t.

Exercice 2 *(environ 16 points)*

En utilisant les formules vues au cours, déterminer les dérivées des fonctions réelles suivantes; donner une réponse factorisée au maximum et ne comprenant aucun exposant négatif ou fractionnaire:

(a) $\left(\frac{8}{-2x^3}\right)'=$

(b) $\left(\sqrt{2x}\right)'=$

(c) $\left((2-3x^2)^5+7\right)'=$

(d) $\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)'=$

(e) $\left(\frac{\sqrt{x^4}}{x^3}\right)'=$

Exercice 3 *(environ 16 points)*

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

(a) Si $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ existe, alors $a \in D_f$

(b) Si f admet un extremum en a, alors $f\,'(a) = 0$

(c) Si $f\,'(a) = 0$, alors f admet un extremum en a

(d) Si $f\,'(a) = 0$, alors f admet un point critique en a

Exercice 4 *(environ 15 points)*

Représenter graphiquement une fonction f de votre choix qui vérifie toutes les conditions suivantes :

(a) L'ensemble Z_f des zéros de f est {-3;1,5;6}

(b) $f(3)=6$

(c) $\lim_{x\to -1} f(x)=+\infty$

(d) $\lim_{x\to -\infty} f(x)=2$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)=1$

(e) $\lim_{x\to -2} f(x)=3$ et $f(3)=4$

(f) $\lim_{x\to -4} f(x)$ n'existe pas et $f(-4)=3$

(g) $f'(-4)=-1$

(h) $f'(2)=0$ mais f n'admet pas d'extremum en $x=2$

(i) f n'est pas dérivable en $x=5$

Exercice 5 *(environ 12 points)*

Trouver deux nombres dont la somme vaut 12 et dont la somme des cubes soit

(a) minimale.

(a) maximale.

Exercice 6 (environ 17 points)

On considère le théorème « Equation de la tangente à f en $(a;f(a))$ ».

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant clairement hypothèse(s) et conclusion(s)

(b) Dans la démonstration ci-dessous, donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire :

Démonstration :

- Soit t la tangente à [………..] en [……………..]
- l'équation de t est de la forme [………...]= $px + q$

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- f est dérivable en a

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- donc $f'(a)$= […………]

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- on en déduit que […………...] = […………...]$x + q$

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- on sait que le point (a ; [………]) appartient à [………………………………….………]
- donc […………...] = […………...][…………………...] + q

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- c'est-à-dire que : q= [……………...]

  car [ARG: ……………………………………………………………………………]
- on en déduit que l'équation de t est : [………………………………………..………...]

Exercice 7 (environ 10 points)

Représenter dans le même repère et de façon suffisamment précise la dérivée de la fonction *f* donnée :