Travail de mathématiques n°3	
Date : 10 mars 2016 Durée : 90' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 3Ma1DF02 Matériel autorisé o Calculatrice personnelle non programmable et non graphique o Table numérique non annotée Remarques o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! o Indiquez vos initiales en haut de chaque page	**Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**: .... Notations (une coche par faute) : Fautes : → .... / 2 Français (une coche par faute) [bonus] : Fautes : → .... / 2 Total des points des exercices : …..... / 76 Total des points de l'épreuve : …..... / 78 Note : / 6

Début du travail

Exercice 1 *(environ 10 points)*

Calculer et interpréter graphiquement le résultat :

(a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sin(4-2x)}{4x-8}$

(b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-2}{\cos(x-2)}$

(c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-4\tan(3x)}{2x}$

Exercice 2 *(environ 15 points)*

Déterminer les dérivées des fonctions f suivantes (donner les réponses sans exposant négatif ou fractionnaire) :

(a) $f(x) = \sin(-x) + \tan(x)$

(b) $f(x) = \cos(x^5 + x)$

(c) $f(x) = \cos^{10}\left(\dfrac{1}{4x+1}\right)$

(d) $f(x) = x^3 - x\sqrt{2x}$

Exercice 3 *(environ 10 points)*

Représenter graphiquement ci-dessous une fonction *f* satisfaisant toutes les conditions suivantes:

i *f* est définie mais pas continue en $x=2$

ii *f* n'est ni définie ni continue en $x=3$

iii *f* est définie et continue mais pas dérivable en $x=4$

iv $\lim\limits_{x\to-3} f(x)=-2$, *f* est définie mais pas continue en $x=-3$ et *f*(-3)=-1

v $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ n'existe pas et *f* n'est pas définie en $x=-1$

vi $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$

vii $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$

viii $f'(-2)=-1$

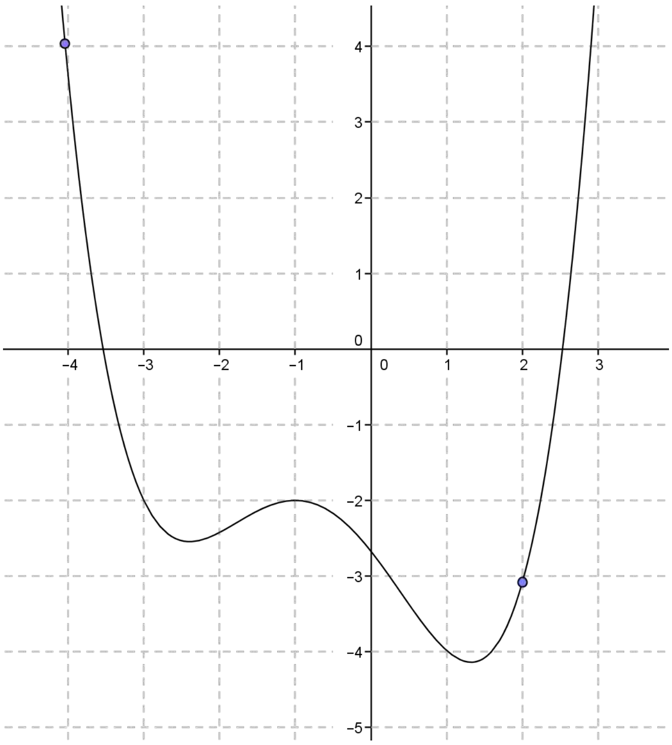
Exercice 4 (environ 6 points)

(a) Enoncer précisément le théorème sur la dérivée de l'inverse, en identifiant clairement hypothèses et conclusions.

(b) Donner un exemple de votre choix d'application de ce théorème.

Exercice 5 (environ 6 points)

On considère la fonction suivante, continu et dérivable sur [-4;2] :

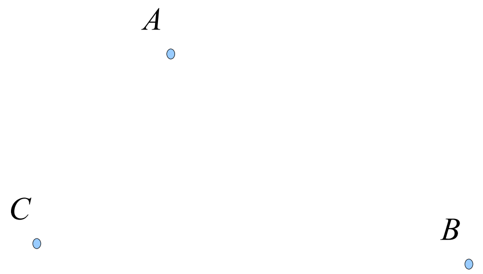


Indiquer clairement graphiquement sur ce repère comment obtenir le(s) nombres c que fournit la conclusion du théorème des accroissements finis appliqué [-4;2] et en donner une estimation numérique :

Exercice 6 *(environ 11 points)*

Soit ci-dessous trois point quelconques A, B et C du plan, non alignés.

(a) Représenter les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}$:



(b) On considère 3 nouveaux points E, F et G définis par :

$$\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BC}\ \text{ et }\ \overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{CA}\ .$$

Représenter ci-dessus E, F et G

(c) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{FG}$ comme combinaison linéaire (exacte) des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

(d) Démontrer à l'aide du calcul vectoriel que $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$

Exercice 7(environ 6 points)

Soient A(3;-1;2), B(4;4;-1), C(8;5;-6) et D(7;0-3) quatre points de $\mathbb{R}^3$.

(a) Calculer $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

(b) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 8 (environ 12 points)

Soit $\vec{a}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{c}\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^2$.

(a) Représenter la situation ci-dessous :

(b) On souhaite exprimer le vecteur $\vec{c}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$:

i. Déterminer graphiquement une réponse approximative sur le même repère qu'en (a) ; la réponse est :

ii. Déterminer algébriquement une réponse exacte.

(c) On considère les points $A(-2;3)$ et $B(3;4)$. Calculer les coordonnées du point E situé au quart (à partir de A) du segment $[AB]$.