

| <p style="text-align: center;">Collège de Saussure</p> <p style="text-align: center;">Epreuve de mathématiques de 3e année, niveau normal</p> | |
|---|--|
| Maître | Jean-Marie Delley |
| Date | 31 octobre 2019 |
| Durée | 90 minutes |
| Documents et matériel autorisés | personnels : <ul style="list-style-type: none"> • table numérique ; • calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable). |
| Consignes | <ul style="list-style-type: none"> • répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire une feuille en y ajoutant votre nom ; • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé. |

Nom : **Prénom :** **Groupe :**

Répartition des points

Exercice 1: 20 points

Exercice 2: 10 points

Exercice 3: 7 points

Exercice 4 : 9 points

Exercice 5 : 12 points

Exercice 6: 10 points

Total final : / 68 points

Notations : → / 2 points

Retour + auto-évaluation fiche de suivi : / 1 point

Français (facultatif) : → / 1 point

Total final : / 71 points

Note :/ 6

Exercice 1 (environ 20 points)

Calculer si possible les limites suivantes et interpréter graphiquement le résultat :

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x}{4-x} \right) =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7x+4}-2}{x-3} =$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x} =$$

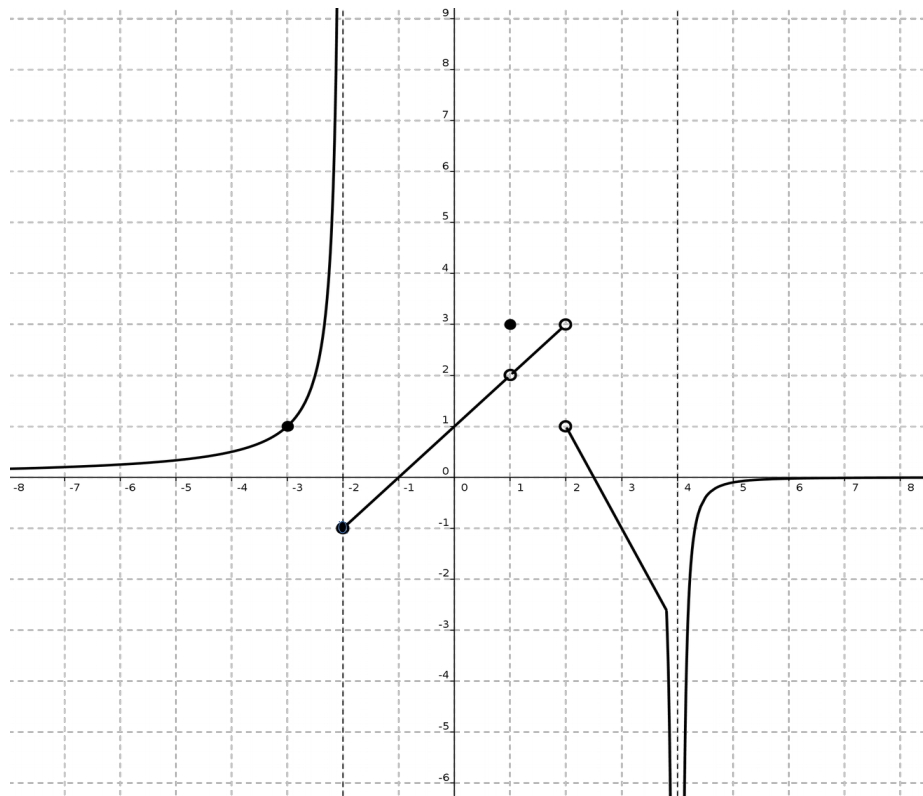
$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-x}{(x+1)^3} \right) =$$

(e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 3x + 200000 =$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 3x + 200000 =$

Exercice 2 (environ 10 points)

On considère une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dont on donne ci-dessous une représentation graphique :



(a) Déterminer graphiquement :

- i. le domaine de définition D_f
- ii. l'ensemble des zéros Z_f

(b) Déterminer graphiquement :

- i. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- iv. $f(-2)$

(c) Déterminer graphiquement :

- i. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- iv. $f(1)$

(d) Déterminer graphiquement :

- i. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e) Déterminer graphiquement :

- i. $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(f) Déterminer graphiquement :

- i. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice 3 (environ 7 points)

Esquisser la représentation graphique d'une (une seule!) fonction f qui vérifie toutes les conditions ci-dessous :

(a) $Z_f = \{-5; 0\}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$

(c) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

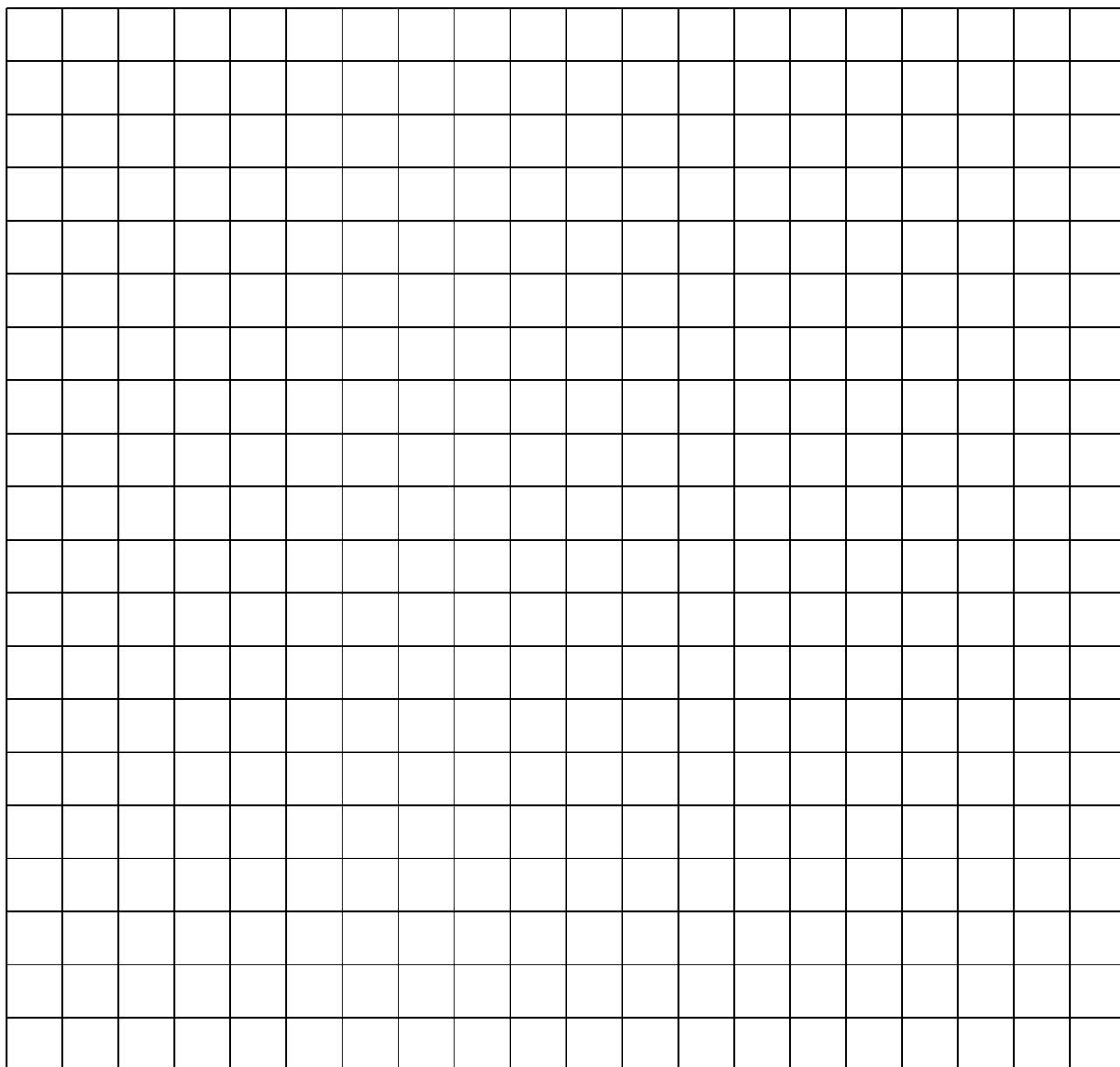
(e) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ n'existe pas et
 $f(1) = -1$

(f) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$

(g) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

(h) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 3$ et
 $f(5)$ n'existe pas

(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$



Exercice 4 (*environ 9 points*)

- (a) Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{-5x+4}}{-x^2-7x-6}$.

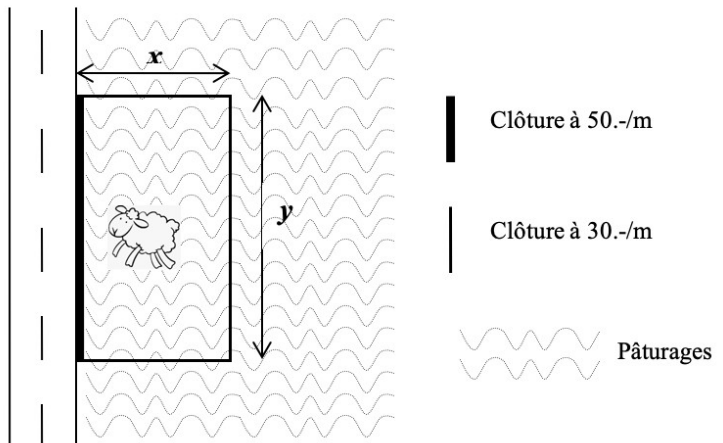
- (b) Donner la définition mathématique d'une « fonction ».

Exercice 5 (environ 14 points)

On souhaite construire un enclos rectangulaire qui longe une route rectiligne sur l'un de ses côtés. On pose x et y les longueurs en mètres des côtés de l'enclos (voir figure ci-contre).

Une entreprise facture :

- 400 francs de frais de déplacement
- 50 francs le mètre pour clôturer le long de la route
- 30 francs le mètre pour clôturer les trois autres côtés



- (a) Exprimer en fonction de x et y le coût total C facturé par l'entreprise pour construire un enclos.
- (b) Montrer que, si l'on fixe le coût total à 10'000 francs, l'aire A de la surface de l'enclos en fonction de la longueur de son côté x est donnée par la fonction $A(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 120x$

- (c) Quelle est l'aire maximale de l'enclos que l'on pourra faire construire par cette entreprise pour un montant de 10'000 Frs ?

- (d) Interpréter graphiquement la réponse (schéma).

Exercice 6 (environ 10 points)

Vrai ou faux ? Justifier.

- (a) Le point $P(2;-1)$ appartient-il au cercle d'équation $(x-3)^2+(y-5)^2=36$?
- (b) Il n'existe aucun nombre positif non nul $x \in \mathbb{R}$ qui soit plus petit que n'importe quel nombre réel positif.
- (c) Une somme infinie de nombres strictement positifs est toujours infinie.