Mini-test de mathématiques n°1

Date : 21 novembre 2019	Matériel autorisé
Durée : 20'	o Calculatrice personnelle TI30XSMultiview ou équivalente
Enseignant : Jean-Marie Delley	
Cours : 3Ma1DF02	
Nom :	Points : .... / 34
Prénom :	Note : .... /6
Groupe :	MT /2

Début du travail

Exercice 1

1/11

On considère la fonction réelle définie par $f(x)=\frac{2}{x}$.

(a) Déterminer $f'(x)$ à partir de la définition de la dérivée.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2}{x+h}-\frac{2}{x}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2x-2(x+h)}{(x+h)x}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{2x}-\cancel{2x}-2h}{(x+h)\cdot \cancel{x}}\cdot\frac{1}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-2\cancel{h}}{(x+h)\cdot x\cdot \cancel{h}} = \frac{-2}{(x+0)\cdot x} = \frac{-2}{x^2}$$

/6

(b) Déterminer $f'(x)$ à l'aide des formules de dérivation.

$\left(\frac{2}{x}\right)' = \left(2 \cdot \frac{1}{x}\right)' = 2 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{2}{x^2}$

/2

(c) Déterminer l'équation de la tangente t à f au point $(1;2)$.

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$: $f'(1) = -\frac{2}{1^2} = -2$

$f(1) = 2$

donc $y = -2(x-1) + 2$

$\Leftrightarrow \boxed{y = -2x + 4}$

/3

Exercice 2

En utilisant les formules vues au cours, déterminer les dérivées des fonctions réelles suivantes; donner une réponse ne comprenant aucun exposant négatif ou fractionnaire :

(a) $(4x^2-4)' = (4x^2)' - (4)' = 4(x^2)' - 0 = 4 \cdot 2x = 8x$

/2

(b) $\left(\frac{x^3}{4}\right)' = \frac{1}{4}(x^3)' = \frac{1}{4} \cdot 3x^2 = \frac{3}{4}x^2$

/2

(c) $\left(\frac{4}{x^2}\right)' = 4\left(\frac{1}{x^2}\right)' = 4\left[\frac{-(x^2)'}{(x^2)^2}\right] = 4\left(\frac{-2x}{x^4}\right) = 4\left(\frac{-2}{x^3}\right) = \frac{-8}{x^3}$

ou $\left(\frac{4}{x^2}\right)' = (4\cdot x^{-2})' = 4(x^{-2})' = 4(-2x^{-3})$
$= -8x^{-3} = -8\cdot\frac{1}{x^3} = \frac{-8}{x^3}$ /2

(d) $(\sqrt{4}x)' = \sqrt{4}\,(x)' = \sqrt{4}\cdot 1 = \sqrt{4} = 2$ /2

ou $(\sqrt{4}x)' = (2\cdot x)' = 2(x') = 2\cdot 1 = 2$

(e) $(\sqrt{4x})' = \left[(4x)^{1/2}\right]' = \frac{1}{2}(4x)^{-1/2}\cdot(4x)'$
$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(4x)^{1/2}}\cdot 4 = \frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{1}{\sqrt{4x}}\cdot\cancel{4}^{2} = \frac{2}{\sqrt{4x}}\ \left(=\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

ou $(\sqrt{4x})' = (\sqrt{4}\sqrt{x})' = (2\sqrt{x})' = 2(\sqrt{x})' = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ /3

(f) $((3x+2)^5)' = 5(3x+2)^4\,(3x+2)' = 5(3x+2)^4\cdot 3$
$= 15(3x+2)^4$ /3

(g) $\left(x^2\cdot(\sqrt{x}+2)^5\right)' = (x^2)'\cdot(\sqrt{x}+2)^5 + x^2\left((\sqrt{x}+2)^5\right)'$

$= 2x(\sqrt{x}+5)^2 + x^2\; 5(\sqrt{x}+2)^4\cdot(\sqrt{x}+2)'$

$= 2x(\sqrt{x}+5)^2 + 5x^2(\sqrt{x}+2)^4\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

/4

(h) $\left(\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)' = \frac{x'(x+1) - x\cdot(x+1)'}{(x+1)^2}$

$= \frac{1\cdot(x+1) - x\cdot 1}{(x+1)^2}$

$= \frac{x+1-x}{(x+1)^2}$

/3

$= \frac{1}{(x+1)^2}$