Épreuve semestrielle de mathématiques
3e année – Niveau Normal

Date : 12 décembre 2019
Durée : 160 minutes
Cours : 3Ma1.DF01_03_04_05_06_07

Nombre de pages : 3
Nombre de questions : 7
Nombre de points de l'épreuve : 66
Impression : recto-verso, noir-blanc

Documents et matériel autorisés	
Mis à disposition par le collège :	**Personnel à l'élève :**
Feuilles quadrillées	Calculatrice TI-30X PRO (ou modèle équivalent) Table CRM non annotée

Consignes :

- Tous les calculs et toutes les étapes de vos raisonnements doivent figurer sur votre copie.
- Tous les résultats doivent être simplifiés au maximum.
- La présentation doit être soignée, l'écriture lisible.
- Trois points sont attribués à la qualité de la rédaction et au respect des notations mathématiques.

Nom : ______________________ **Prénom :** ______________________

Groupe : ________ **Total :** / **66 points** **Note :**

Question 1 [8 points]

(a) Énoncer la définition de la fonction dérivée $f\,'$ d'une fonction f.

(b) On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{x+1}$.

Calculer $f\,'(x)$ à l'aide de la définition de la dérivée.

Question 2 [8 points]

On considère la fonction f définie par $f(x)=2\sqrt{2x}$ et le point $A(2;f(2))$.

(a) Déterminer l'équation de la tangente t à la courbe de f au point A.

(b) Représenter graphiquement f pour $x\in[0;8]$.

(c) Sur le même graphique, représenter la tangente à la courbe de f au point A.

Question 3 [7 points]

En utilisant les formules de dérivation, calculer la dérivée des fonctions suivantes et donner les réponses aussi simplifiées que possible, sans exposant négatif ni fractionnaire :

(a) $f(x)=\pi x^3+\frac{2x}{3}$

(b) $f(x)=\frac{2x-4}{x^2-4}$

Question 4 [6 points]

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse et justifier précisément votre réponse en vous basant explicitement sur les définitions, propriétés et théorèmes vus au cours ou en vous appuyant sur un contre-exemple précis.

(a) Si f est continue en a , alors $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe.

(b) Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe, alors f est continue en a.

Question 5 [5 points]

Calculer les limites suivantes :

(a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2-16}{2-\sqrt{x}}$

(b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2+3x+2}{x^2-4}$

Question 6 [19 points]

On considère la fonction *f* définie par $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-2x-3}$.

Sa dérivée est donnée par $f'(x)=\dfrac{-2(x^2+4x-1)}{(x^2-2x-3)^2}$.

On ne vous demande pas de calculer cette dérivée !

(a) Déterminer les éventuelles asymptotes de *f* . Justifier par des calculs de limites.

(b) Construire le tableau des variations de *f* .

(c) Déterminer les coordonnées (*x* ; *y*) des maxima et minima locaux de *f* . *Arrondir au centième.*

(d) Représenter graphiquement la fonction *f* le plus précisément possible, en cohérence avec les résultats précédents.

Question 7 [10 points]

On considère la fonction *f* définie par $f(x)=\dfrac{3x^4+6x^2+a}{x}$ où $a \in \mathbb{R}$ est un paramètre.

(a) Déterminer *a* pour que la représentation graphique de *f* admette au point $P(1\,;f(1))$ une tangente horizontale.

(b) On pose maintenant $a=-1$.

Montrer que $f'(x)=\left(\dfrac{3x^2+1}{x}\right)^2$.

(c) En déduire que pour $a=-1$ la fonction *f* n'admet pas d'extremum local.

Qualité de la rédaction et respect des notations mathématiques [3 points]