Calculer une limite $\lim_{x\to a} f(x)$

Comment ?

On essaye un « calcul direct » (un des théorèmes sur les limites (avec ou sans infini) peut s'appliquer

si oui → On calcule *f(a)*

si non →

- limite type $"\frac{1}{0}"$ → Limites à droite et à gauche
- $\lim_{x\to a}$ type $"\frac{0}{0}"$ avec $\frac{\text{polyn}}{\text{polyn}}$ → Factoriser Simplifier
- $\lim_{x\to a}$ type $"\frac{0}{0}"$ avec $\sqrt{}$ → Multiplier par conjugué Fact - Simplifier
- $\lim_{x\to\pm\infty}$ indét. avec $\pm\infty$ → Mise en évidence «forcée» Algèbre de l'infini

Exemples

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2}{x+2}=\frac{2^2}{2+2}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{-2}=\frac{(+\infty)^2}{-2}=\frac{+\infty}{-2}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2}{2-x}=\frac{4}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2}{2-x}=\frac{4}{0^+}=+\infty$$

donc $\lim_{x\to 2}\frac{x^2}{2-x}$ n'existe pas

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)}{(x-1)}=\frac{4}{1}=4$$

$$\lim_{x\to 16}\frac{4-\sqrt{x}}{x-16}=\lim_{x\to 16}\frac{(4-\sqrt{x})(4+\sqrt{x})}{(x-16)(4+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 16}\frac{16-x}{(x-16)(4+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 16}-\frac{x-16}{(x-16)(4+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 16}-\frac{1}{4+\sqrt{x}}=-\frac{1}{4+\sqrt{16}}=-\frac{1}{8}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3+4}{x^3-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3(2+\frac{4}{x^3})}{x^3(1-\frac{1}{x^3})}=\frac{2}{1}=2$$

jmd