ex 12 $\begin{cases} S_0 = 12 \\ S_{n+1} = 3S_n - 8 \end{cases}$

A dém : $S_n = 4 + 8 \cdot 3^n$ par récurrence :

$n = 0$: $S_0 \overset{?}{=} 4 + 8 \cdot 3^0 = 12$ ✓

H.R. : $S_n = 4 + 8 \cdot 3^n$

à dém : $S_{n+1} \overset{?}{=} 4 + 8 \cdot 3^{n+1}$

on a : $S_{n+1} = 3S_n - 8$ [déf]

$= 3 \cdot [4 + 8 \cdot 3^n] - 8$ [H.R.]

$= 12 + 24 \cdot 3^n - 8$

$= 4 + 3 \cdot 8 \cdot 3^n$

$= 4 + 8 \cdot 3^{n+1}$ ✓

ex 13 $\begin{cases} S_1 = -5/3 \\ S_{n+1} = \frac{1}{3} S_n + n - 2 \end{cases}$

A dém : $S_n = \frac{25}{4} \frac{1}{3^n} + \frac{3n}{2} - \frac{21}{4}$ par récurrence

$n = 1$: $S_1 \overset{?}{=} \frac{25}{4} \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{21}{4} = \frac{25}{12} + \frac{3}{2} - \frac{21}{4} = \frac{25 + 18 - 63}{12} = \frac{-20}{12} = \frac{-5}{3}$

H.R. : $S_n = \frac{25}{4} \frac{1}{3^n} + \frac{3n}{2} - \frac{21}{4}$

à dém : $S_{n+1} \overset{?}{=} \frac{25}{4} \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{3(n+1)}{2} - \frac{21}{4} = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{3n}{2} + \frac{3}{2} - \frac{21}{4} = \frac{25}{4} \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{3n}{2} - \frac{15}{4}$

on a : $S_{n+1} = \frac{1}{3} S_n + n - 2$ [déf]

$= \frac{1}{3} \left[\frac{25}{4} \cdot \frac{1}{3^n} + \frac{3n}{2} - \frac{21}{4} \right] + n - 2$ [H.R.]

$= \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{n}{2} - \frac{7}{4} + n - 2$

$= \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{3^{n+1}} + \frac{3n}{2} - \frac{15}{4}$ ✓