A savoir

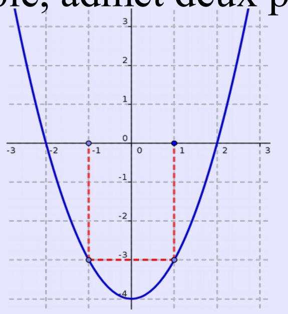
Une **bijection** est une fonction pour laquelle :

- tout élément de l'ensemble de départ possède une et une seule image;
- tout élément de l'ensemble d'arrivée possède une et une seule préimage;

autrement dit, c'est une fonction restreinte à son domaine de définition pour laquelle on ajoute encore une condition : tout élément de l'ensemble d'arrivée possède une et une seule préimage.

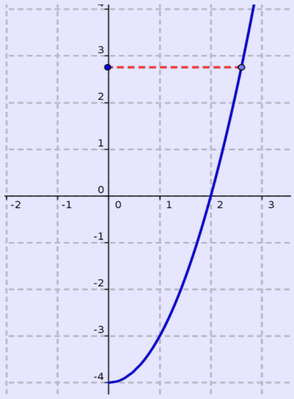
Exemple :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 4$
n'est pas une bijection, car -3,
par exemple, admet deux préimages :
-1 et 1



Exemple :

par contre, $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ définie
par $f(x) = x^2 - 4$
est une bijection !



A savoir

On appelle **fonction composée** de f et g la fonction notée $g \circ f$ (dans cet ordre !) et définie par $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Attention, en général, $f \circ g \neq g \circ f$

La **réciproque** d'une fonction $f : A \rightarrow B$ est une fonction g : $B \rightarrow A$ telle que :

1/ $(g \circ f)(x) = g(f(x)), \forall x \in A$

2/ $(f \circ g)(x) = f(g(x)), \forall x \in B$

Théorème (non démontré) : f admet une réciproque $\Leftrightarrow$ f est bijective

Les représentations graphiques d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques par rapport à l'axe $y=x$

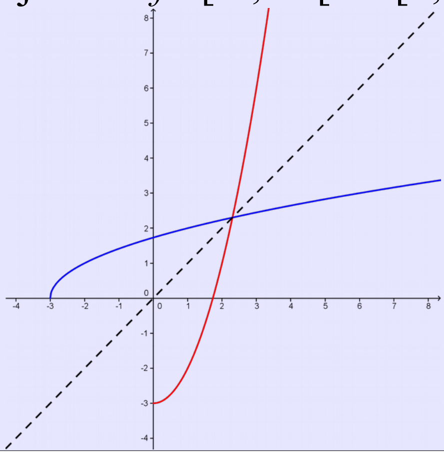
Exemple : déterminer la réciproque de la fonction bijective $f : [-3;+\infty[\rightarrow [0;+\infty[$ définie par $f(x) = \sqrt{x+3}$

On a : $y = \sqrt{x+3} \Leftrightarrow y^2 = x+3 \Leftrightarrow x = y^2 - 3$

D'où $g : [0;+\infty[\rightarrow [-3;+\infty[$ définie par $g(y) = y^2 - 3$

est la réciproque de f.

Par commodité, on écrira plutôt : $g(x) = x^2 - 3$



CC BY NC SA