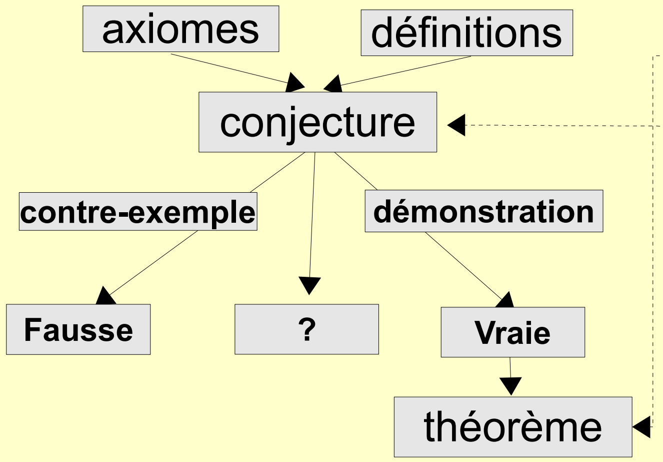
Connaissances générales

Maths utiles?

- Raisonner – justifier – argumenter …
- Modéliser ($D_{\text{viip} \dots}$)
- Voir http://math.bibop.ch → « pourquoi être prof de math... »

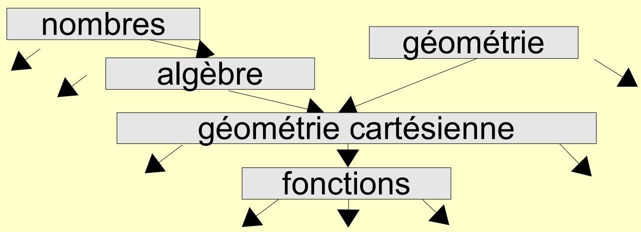
Construction mathématique pour raisonner – justifier – argumenter …



Souvent sous forme d'une **implication** : si [hypothèse(s)], alors [conclusion(s)]

réciproque d'une implication
contraposée d'une implication

Liens



Ensembles de nombres

entiers naturels : $\mathbb{N}=\{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\dots\}$ // entiers relatifs : $\mathbb{N}=\{\dots;-2\,;-1\,;0\,;1\,;2\,;3\,;\dots\}$

nombres rationnels : $\mathbb{Q}=\{\frac{p}{q} \mid p\in\mathbb{Z} \text{ et } q\in\mathbb{N}^*\} \overset{\text{théorème}}{=}$ ens. des nombres dont le dév. décimal est fini ou infini périodique

nombres réels : $\mathbb{R}=$ ens. des nombres dont le dév. est infini non périodique

Géométrie 1D – 2D – 3D

segment	**surface**	**solide**	Objets géométriques (ensembles de points)
longueur	**aire**	**volume**	Mesure de l'objet par un nombre réel ≥ 0

Expression/équation/identité

On peut <u>développer</u> (puis <u>réduire</u>) ou <u>factoriser</u> une <u>expression</u>.
On peut <u>résoudre</u> une <u>équation</u>, càd déterminer toutes les <u>solutions</u>.
Une <u>identité</u> est une équation toujours vraie.

Pourquoi factoriser ?

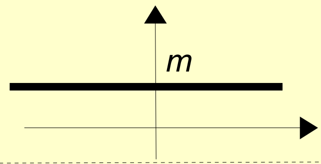
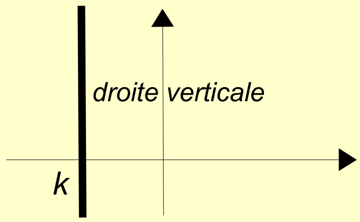
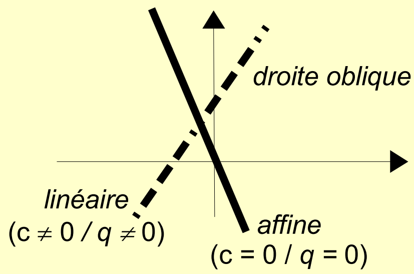
1/ résoudre des (in)équations
(via $a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0$ ou $b=0$)
2/ simplifier des fractions rationnelles
(via les tableaux de signes)

Comment factoriser ?

1/ mise en évidence
2/ id. remarquables 1 à 4 (+, si d°2 : Viète)
3/ « trucs et astuces »
4/ division polynomiale

Connaissances particulières

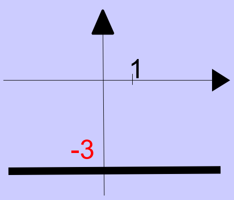
Degrés 0 et 1

géométrie ensemble de points du plan	↔ algèbre équations en x et y	↔ fonction	illustration
droites horizontales	$y = m$ (où $m \in \mathbb{R}$)	$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto m$	
droites verticales	$x = k$ (où $k \in \mathbb{R}$)	pas de fonction dans ce cas !	
droites obliques	$ax + by = c$ ($a.b \in \mathbb{R}^*$ et $c \in \mathbb{R}$) ou $y = px + q$ ($p \in \mathbb{R}^*$ et $q \in \mathbb{R}$) p est la pente q l'ordonnée à l'origine	$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto ax + b$	
d et d' sont parallèles	pentes égales		
d et d' sont perp.	pentes opposées/inverses		

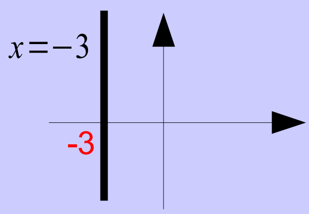
exemples

$y = -3$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto -3$



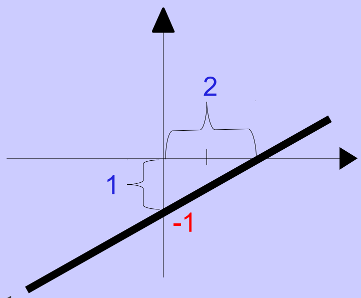
$x = -3$



$x - 2 \cdot y = 2$

ou

$y = \frac{1}{2} x - 1$



pente = $\frac{1}{2}$ ordonnée à l'origine = -1

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{2} x - 1$

Connaissances particulières

Degré 2

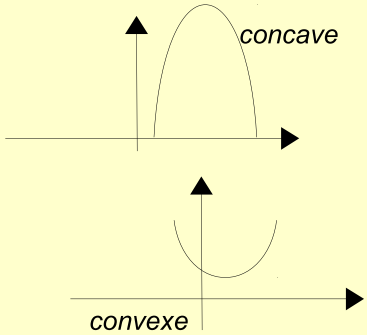
géométrie	+	algèbre	→	géom. cart.	et	fonction
ensemble de points du plan		équations en x et y		représentation graphique		

parabole

$y = ax^2 + bx + c$

($a \in \mathbb{R}^*$ et $b, c \in \mathbb{R}$)

forme développée



$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to ax^2 + bx + c$

Résoudre une équation / factoriser une expression

1/ essayer la factorisation

2/ Viète : $\Delta = b^2 - 4ac$

	Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (zéros)	Factoriser l'expression $ax^2 + bx + c$
$\Delta < 0$	$S = \varnothing$	non factorisable
$\Delta = 0$	$x_0 = \dfrac{-b}{2a}$	$y = a(x - x_0)^2$
$\Delta > 0$	$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$

forme factorisée
(qd elle existe!)

Exemples

Résoudre $x^2 - 5x + 5 = 0$:

$a = 1$, $b = -5$, $c = 5$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 5$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{\frac{5 - \sqrt{5}}{2} ; \frac{5 + \sqrt{5}}{2}\right\}$$

Factoriser $6x^2 - x - 2$:

$a = 6$, $b = -1$, $c = -2$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 49$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{1 - 7}{12} = -\frac{1}{2} \ ; \ x_2 = \frac{1 + 7}{12} = \frac{2}{3}$$

$$6x^2 - x - 2 = 6\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

$$= (2x + 1)(3x - 2)$$

Résoudre : $x^2 - 5x + 6 = 0$:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2) = 0$ ou $(x - 3) = 0$

$x = 2$ ou $x = 3$

$S = \{2 ; 3\}$

Résoudre : $2x^2 - 8 = 0$:

$2x^2 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$S = \{-2 ; 2\}$

Connaissances particulières

Degré 2 (suite)

Représentation graphique

$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	$y=a(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4a}$
forme développée (existe toujours)	*forme factorisée* (existe parfois)	*forme canonique* (existe toujours)
↓	↓	↓
ordonnée à l'origine	zéros	axe de symétrie : $x_0=-\frac{b}{2a}$
	↓ axe de symétrie entre les zéros	sommet : $S=(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a})$
	sommet : $S=(\text{"axe"} ; f(\text{"axe"}))$	

a > 0 : convexe ; *a* < 0 : concave

Exemple : représenter graphiquement $y = -2x^2 - 3x + 2$

1/ forme standard: $y=...=-2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{25}{8}$

$\Rightarrow$ axe sym : $x=-\frac{3}{4}$ et sommet : $S=(-\frac{3}{4};\frac{25}{8})$

points suppl : si x=0 : y=2 ; si x=1 : y=-3
par symétrie : (-1,5;2) et (-2,5;3)

a = -2<0 : concave

ou

2/ $\Delta=9-4(-2)2=25>0$

$\Rightarrow$zéros: $x_{1,2}=\frac{3\pm5}{-4}\Rightarrow x_1=-2$ et $x_2=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$forme factorisée: $y=-2[x+2][x-\frac{1}{2}]$

$\Rightarrow$ axe sym entre les deux zéros : $x=\frac{-2+0,5}{2}=-0,75$

et sommet : $S=(-\frac{3}{4};f(-\frac{3}{4}))=...=(-\frac{3}{4};\frac{25}{8})$

points suppl : si x=0 : y=2 ; si x=1 : y=-3
par symétrie : (-1,5;2) et (-2,5;3)

a = -2<0 : concave