Exercices supplémentaires de révision sur les fonctions

1. Soient les fonctions réelles déterminées par :

   a) $f(x) = 2x^2 + 4x - 30$

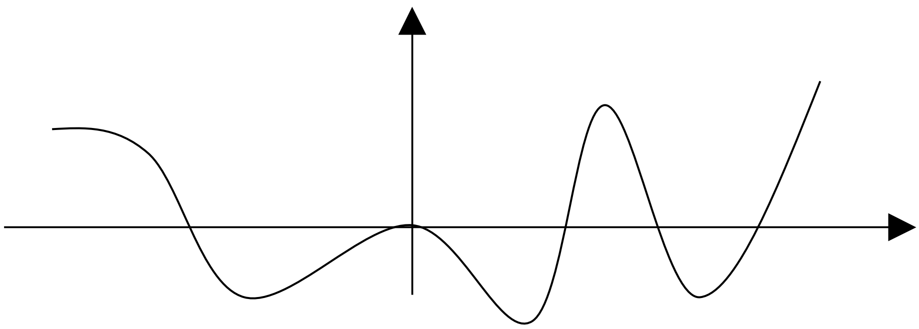
   b) $f(x) = 4x^3 + 4x^2 - x - 1$

   c) $f(x) = -6\cos(\pi - 2x)$

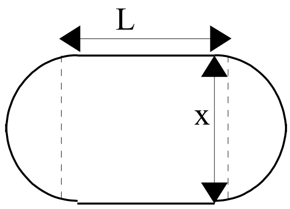
   d) $f(x) = \ln(x + 2)$

   Déterminer leurs domaines de définition, leurs zéros et esquisser leurs graphes.

2. Celle de f étant donnée, représenter ci-dessous (sur l'énoncé) une représentation graphique de la fonction $|f|$:



3. On considère la figure ci-dessous formée d'un rectangle de longueur L et de deux demi-disques de diamètre x :



   a) Exprimer le périmètre P en fonction de L et x.

   b) Sachant que le périmètre de cette figure mesure 400 mètres, exprimer la longueur L en fonction de x.

   c) Montrer que l'aire totale $A(x)$ de cette figure en fonction de x est donnée par $A(x) = 200x - \frac{\pi}{4}x^2$

   d) Déterminer les zéros de A puis représenter la graphiquement.

   e) Quelles est(sont) la(les) valeur(s) de x pour la(les)quelle(s) l'aire totale est maximale?

   f) A quelle(s) valeur(s) de L cela correspond-t-il?

   g) Que vaut alors cette aire?

4. Soit la fonction réelle déterminée par $f(x)=-6x^2+5x+4$.
   a) Déterminer D_f, Z_f, sa forme factorisée, l'axe de symétrie et le sommet et esquisser une représentation graphique.
   b) Déterminer graphiquement A et B « maximaux » pour que qu'elle soit bijective $A \to B$, puis représenter sur le même repère la réciproque de la fonction.

5. Soit la fonction réelle déterminée par $g(x)=x^3+2x-3$ .Déterminer D_g, Z_g, sa forme factorisée, l'image de 0 et esquisser une représentation graphique (dans un nouveau repère).

6. Soit la fonction réelle déterminée par $h(x)=-4\sin(x-\frac{\pi}{2})$. Déterminer D_h, Z_h, l'image de 0 et esquisser une représentation graphique (dans un nouveau repère).

7. Soit la fonction réelle déterminée par $j(x)=\log(3-x)$
   a) Déterminer D_j, Z_j, ses zéros, l'image de -7 et esquisser une représentation graphique (dans un nouveau repère).
   b) Déterminer graphiquement A et B « maximaux » pour qu'elle soit bijective $A \to B$, puis représenter sur le même repère la réciproque de la fonction.

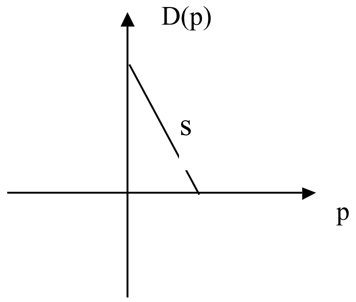
8. Représenter – approximativement - dans un cercle trigonométrique un angle α de 2 [rad] ainsi que son sinus et sa tangente.

9. Dans un contexte économique donné, on est amené à étudier l'évolution de la demande d'un objet en fonction de son prix de vente.

   La demande peut être définie comme le nombre d'unités d'un objet donné que les consommateurs achètent.

   Une des évolutions de la demande peut être la suivante: plus le prix d'un objet est élevé moins les consommateurs l'achètent, et vice-versa moins le prix est élevé plus les consommateurs l'achètent. Par souci de simplicité, on suppose souvent que cette évolution est représentée par une droite.

   Imaginons que la situation est illustrée par le modèle représenté graphiquement ci-dessous : le prix de vente p est représenté sur l'axe des abscisses et la demande D(p) est représentée sur l'axe des ordonnées, et on suppose que (0;400) est l'intersection du segment d avec l'axe Oy et (20;0) celle du segment s avec l'axe 0x.



a) Pour la situation particulière décrite ci-dessus pour la fonction D, déterminer :

i une expression algébrique pour D(p)

ii le domaine de définition de la fonction D

iii le(s) zéro(s) de la fonction D

iv la demande si le prix de vente est fixé à 5

v interpréter la signification du (des) zéro(s) dans ce cas

b) Que pensez-vous de la demande si le prix de vente est fixé à 25 ?

c) Ecrire la fonction D comme une fonction par morceaux définie sur tout $\mathbb{R}_+^*$.

Pour un fabriquant, un commerçant ou un fournisseur de services il est intéressant de connaître le revenu R en fonction du prix de vente p.

d) Pour la situation particulière décrite ci-dessus, déterminer une expression algébrique pour R(p) le revenu en fonction du prix de vente p.
Indication si vous êtes en panne d'idée : si vous achetez deux litres de lait à un francs le litre, le coût total est obtenu en multipliant deux par un …

e) Déterminer :

i le(s) zéro(s) de la fonction R

ii le revenu si le prix de vente est fixé à 5

iii le revenu si le prix de vente est fixé à 25

f) Représenter le graphe de R sur le même graphique que s sur la page précédente.