Dérivation – partie 3

Objectif

Clarifier le lien entre dérivée f' de f et extrema de f

Si f admet un extremum en a, alors $f'(a)=0$	faux!	Contre-ex : $f(x)=\lvert x\rvert$ en $a=0$
Si f est dérivable en a et si $f'(x)=0$, alors f admet un extremum en x	faux!	Contre-ex : $f(x)=x^3$ en $a=0$

Les zéros de f' s'appellent les **points critiques** de f

Si f est dérivable en a et si f admet un extremum en a, alors $f'(a)=0$	vrai !	Vrai ← Démonstration

mais pas utile pour trouver les extrema de f !

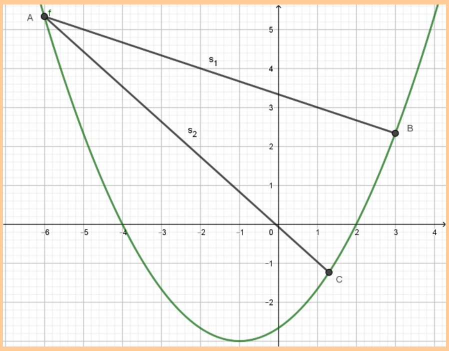
Idée : passer d'une approche locale à une approche globale

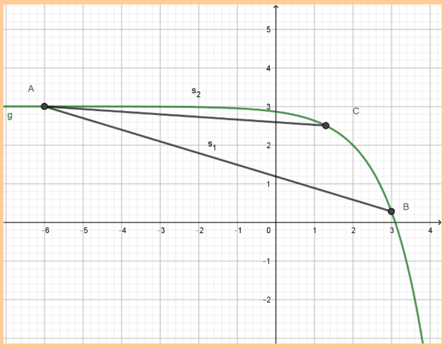
Thm	
démo… plus loin	Si f est dérivable sur *I*, alors on a : Si $f'(x)>0$ sur *I*, alors f est str. croissante sur *I* Si $f'(x)<0$ sur *I*, alors f est str. décroissante sur *I* Si $f'(x)=0$ sur *I*, alors f est constante sur *I*

Méthode	
	Calcul de $f'(x)$ Factorisation de $f'(x)$ Zéros de $f'(x)$ et **tableau de signes de $f'(x)$** Etude de la (dé)-croissance de f Identification des extr. loc. de f et autres points d'intérêt

Dérivation – partie 3 suite

Si utile et gérable algébriquement :
convexité, **concavité**, **points d'inflexion**





Thm sans dém. formelle	Si f est dérivable sur *I*, alors on a : Si $f''(x) > 0$ sur *I*, alors f est convexe sur *I* Si $f''(x) < 0$ sur *I*, alors f est concave sur *I*

Si f admet un point d'inflexion en a, alors $f''(a)=0$	**faux!** Contre-ex : $f(x)=\sqrt[3]{x}$ en $a=0$

Si f est 2x dérivable en a et si $f''(x)=0$, alors f admet un point d'inflexion en x	**faux!** Contre-ex : $f(x)=x^4$ en $a=0$

Applications	Problèmes d'optimisation	Etudes de fonctions