Ma3N Ch3 Corrigés

Act 13

[2]

(a) $(3x)' \underset{PrD1}{=} 3(x') \underset{D2}{=} 3\cdot 1 = 3$

(b) $(ax+b)' \underset{PrD2}{=} (ax)'+(b)' \underset{PrD1+D1}{=} a(x)'+0 \underset{D2}{=} a\cdot 1 = a$

(c) $(ax^2+bx+c)' \underset{PrD2}{=} (ax^2+bx)'+(c)' \underset{PrD2}{=} (ax^2)'+(bx)'+(c)'$

chemin direct possible

$$\underset{PrD1+D1}{=} a(x^2)'+b(x)'+0 \underset{D4+D2}{=} a\cdot 2x+b\cdot 1 = 2ax+b$$

ou direct : $(ax^2+bx+c)' \underset{D5}{=} 2ax+b$

(d) direct : $\left(\frac{1}{x}\right)' \underset{D8}{=} -\frac{1}{x^2}$ ou $\left(\frac{1}{x}\right)' \underset{PrD5}{=} -\frac{(x)'}{x^2} \underset{D2}{=} -\frac{1}{x^2}$

(e) $\left(\frac{1}{x^2+1}\right)' \underset{PrD5}{=} -\frac{(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} \underset{PrD2}{=} -\left(\frac{(x^2)'+(1)'}{(x^2+1)^2}\right) \underset{D4+D1\,(\text{ou }D5)}{=} -\left(\frac{2x+0}{(x^2+1)^2}\right) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$

ou

$$\left(\frac{1}{x^2+1}\right)' \underset{PrD6}{=} \frac{(1)'\cdot(x^2+1)-1\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} \underset{D1+PrD2\,(\text{ou }D5)}{=} \frac{0\cdot(x^2+1)-1\cdot[(x^2)'+(1)']}{(x^2+1)^2}$$

$$\underset{D4+D1}{=} \frac{-(2x+0)}{(x^2+1)^2} = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

choisir le plus simple

(f) $\left(\sqrt{x^2+1}\right)' \underset{\text{récrire pour pouvoir ensuite utiliser une formule}}{=} \left[(x^2+1)^{1/2}\right]' \underset{PrD8}{=} \frac{1}{2}(x^2+1)^{\frac{1}{2}-1}\cdot(x^2+1)' \underset{D4+D1\,(\text{ou }D5)}{=} \frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\,\frac{1}{(x^2+1)^{1/2}}\,\cancel{2}x = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

plus joli!

(g) $\underbrace{\left(\frac{\sqrt{x}}{x}\right)' = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}}\right)' = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = \left(\frac{1}{x^{1/2}}\right)' = \left(x^{-1/2}\right)'}_{\text{préparation pour simplifier la suite !}} \underset{D9}{=} \left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

$$= -\frac{1}{2}\,\frac{1}{x^{3/2}} = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

plus joli!

remarque : en utilisant PrD6, on finirait par obtenir le même résultat !