

Ma3NA - Ch3 - Activité 23b: Corrigé  
 Etudier la fonction  $f$  définie par  $f(x)=x^4+x^3+\frac{1}{8}$ .

On a :  $f(x)=x^4+x^3+\frac{1}{8}=\frac{8x^4+8x^3+1}{8}$   
*forme développée*

1. pas de division ni de racine carrée (ni de log ...) :  $D_f=\mathbb{R}$

2.  $f(0)=\frac{1}{8}=0,125$  et

$f(-1)\neq 0$  et  $f(1)\neq 0 \rightarrow$  pas de zéro entier

$f(\frac{-1}{8})\neq 0$  et  $f(\frac{1}{8})\neq 0 \rightarrow$  pas de zéro rationnel

on peut conjecturer qu'il n'y a pas de zéro ... on verra plus tard en fonction des autres calculs

3. Asymptotes verticales et horizontales: :  $f$  est polynomiale, donc ne peut pas avoir d'as. vert. ou horiz/obl

4. et 5. .  $f'(x)=(x^4+x^3+\frac{1}{8})'=4x^3+3x^2=x^2(4x+3)$

6. Zéros de  $f'$ :  $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(4x+3)=0 \Leftrightarrow x^2=0$  ou  $x=-\frac{3}{4}$   $Z_{f'}=\{-\frac{3}{4}; 0\}$

7. Tableau de signes de la dérivée :

$x$		$-\frac{3}{4}$		$0$	
$x^2$	+	+	+	0	+
$4x + 3$	-	+	+	+	+
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$		min		Pas extr	

8. min :  $f(-\frac{3}{4})=(-\frac{3}{4})^4+(-\frac{3}{4})^3+\frac{1}{8}=\frac{5}{256}\simeq 0,02$  , donc  $(-0,75; -0,02)$  est un minimum

autre point d'intérêt:  $f(0)=\frac{1}{8}=0,125$  , donc  $(0;0,125)$  est un pt critique

9. Deuxième dérivée :  $f''(x)=(4x^3+3x^2)'=12x^2+6x=6x(2x+1)$

$x$		$-\frac{1}{2}$		$0$	
$6x$	-	-	-	$0$	+
$2x+1$	-	$0$	+	+	+
$f'(x)$	+	$0$	-	$0$	+
$f(x)$	convexe	Pt infl	concave	Pt infl	convexe

Pt infl : :  $f(-\frac{1}{2})=(-\frac{1}{2})^4+(-\frac{1}{2})^3+\frac{1}{8}=\frac{1}{16}=0,0625$  , donc  $(-0,5;0,0625)$  est un pt d'inflexion

Pt infl : :  $f(0)=\frac{1}{8}=0,125$  , donc  $(0;0,125)$  est un pt d'inflexion

10. Représentation graphique :

