

# Ma3 Ch5 Exercices corrigés

1. a)  $n = 10$  [lettres]  
on les prend toutes  
 $n_1 = 4$  répétitions de "S"  
 $n_2 = 4$  "I"  $\rightarrow P_{10;4,4} = \frac{10!}{4!4!} = 6300$

b) on place un "S" au début et à la fin  
il reste  $n = 8$  lettres  
 $n_1 = 2$  "S"  
 $n_2 = 4$  "I"  $\rightarrow P_{8;2,4} = \frac{8!}{2!4!} = 840$

2. a)  $n = 8$  [lettres]  
 $n_1 = 2$  "O"  
 $n_2 = 2$  "u"  $\rightarrow P_{8;2,2} = \frac{8!}{2!2!} = 10080$

b)  $\underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1}_{\text{on place les consonnes aux places 1, 4 et 7}}$  puis  $\frac{5!}{2!2!} = \frac{6 \cdot 5!}{2!2!} = 180$   
il reste 5 voyelles  
 $n = 5$   
 $n_1 = 2$  "e"  
 $n_2 = 2$  "i"

3. a)  $n = 36$  [cartes]  
 $p = 5$   
répétition : non  
ordre : non  $\rightarrow C_5^{36} = 376992$

b)  $\underbrace{1}_{\text{on prend les 4 as}} \cdot \underbrace{32}_{\text{on donne une carte parmi 32}} = 32$

c)  $\underbrace{C_2^4}_{\text{on choisit 2 as parmi 4, sans répétition}} \cdot \underbrace{C_2^4}_{\text{idem avec 2 rois}} \cdot \underbrace{C_1^{28}}_{\text{on choisit 1 carte parmi les 28 restantes [on a enlevé tous les as et rois restantes]}} = 1008$

d)  $\underbrace{C_5^{36}}_{\text{tout sauf 4 c)}} - \underbrace{1008}_{\text{avec as 4 c)}} = 175616$

4. a)  $n=45$   
 $p=6$   
 repet: non  
 ordre: non  $\rightarrow C_6^{45} = 8145000$

b)  $n=6$  nombres justes  
 $p=6 \rightarrow C_6^6 = 1$

c)  $C_3^6 \cdot C_3^{39} = 182760$   
 choix de 3 n° justes parmi 6 sans ordre ni répétition puis 3 n° faux parmi 39

d)  $C_6^{39} = 3262623$   
 6 n° faux parmi 39

5. b) vrai:  $C_0^n = \frac{n!}{(n-0)!0!} = \frac{n!}{n!1!} = 1$

a) faux: c-ex:  $n=2$   $C_0^2 = \frac{2!}{(2-0)!0!} = \frac{2!}{2!0!} = 1 \neq 0$

c) vrai:  $C_n^n = \frac{n!}{(n-n)!n!} = \frac{n!}{0!n!} = 1$

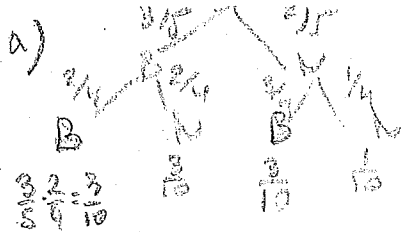
d) faux: c-ex:  $\binom{2}{n} = C_1^2 = \frac{2!}{(2-1)!1!} = 2$   
 $n=2$   
 $p=1 \rightarrow$  et  $\binom{2}{3} \nexists!$

e) vrai:  $C_{n-p}^n = \frac{n!}{(n-(n-p))!(n-p)!} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_p^n$

g) faux: c-ex  
 $n=2$   
 $p=1 \rightarrow C_2^3 = \frac{3!}{1!2!} = 3$   
 $C_2^2 + C_2^3 = 1 + 3 = 4$

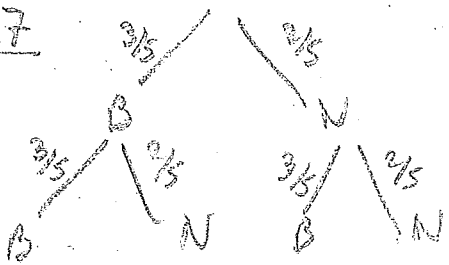
f) vrai:  $\binom{n}{p+1} + \binom{n}{p} = C_{p+1}^n + C_p^n = \frac{n!}{(n-p-1)!(p+1)!} + \frac{n!}{(n-p)!p!}$   
 $= \frac{n! \cdot (n-p)}{(n-p-1)!(n-p)(p+1)!} + \frac{n! \cdot (p+1)}{(n-p)!p!(p+1)} = \frac{n! \cdot (n-p) + n! \cdot (p+1)}{(n-p)! \cdot (p+1)!}$   
 $= \frac{n! \cdot [n-p+p+1]}{(n-p)! \cdot (p+1)!} = \frac{n! \cdot (n+1)}{(n-p)! \cdot (p+1)!} = \frac{(n+1)!}{(n-p)! \cdot (p+1)!} = C_{p+1}^{n+1} = \binom{n+1}{p+1}$

ex 6



b)  $P(E_1) = 1 - P(NN) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$   
 $P(E_2) = 1 - P(BB) = \frac{7}{10}$   
 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$   
 $= \frac{9}{10} + \frac{7}{10} - \frac{6}{10} = 1$

ex 7



$P("BB") = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

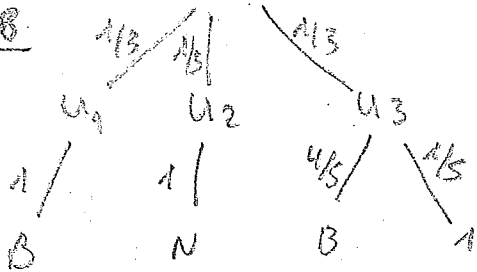
$P("BN") = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} = P("NB")$

$P("NN") = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

on a utilisé le principe multiplicatif

remarque: chaque prob est  $\geq 0$   
 $= \frac{9}{25} + \frac{6}{25} + \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{25}{25} = 1$

ex 8



$P("B") = P("U_1 B" \text{ ou } "U_3 B")$

$= P("U_1 B") + P("U_3 B")$  car 2 événements disjoints

$= \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$  par principe mult.

$= \frac{3}{5}$

ex 9: 1! (aucun rapport avec les données)

ex 11 Il y a trop d'issues ( $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ ) pour faire un arbre de classement!

Issues favorables à Simon:

|           |       |                             |                           |
|-----------|-------|-----------------------------|---------------------------|
| Total = 9 | 6-2-1 | peut arriver 3-2-1 = 6 fois | [621/612/162/126/216/261] |
|           | 5-3-1 | " "                         |                           |
|           | 5-2-2 | " "                         |                           |
|           | 4-4-1 | " "                         |                           |
|           | 4-3-2 | " "                         |                           |
|           | 3-3-3 | " "                         |                           |

+ 25, donc il y a 25 issues parmi

les 216 qui donnent une somme

égale à 9:  $P("Somme = 9") = \frac{25}{216}$

$\approx 11.6\%$

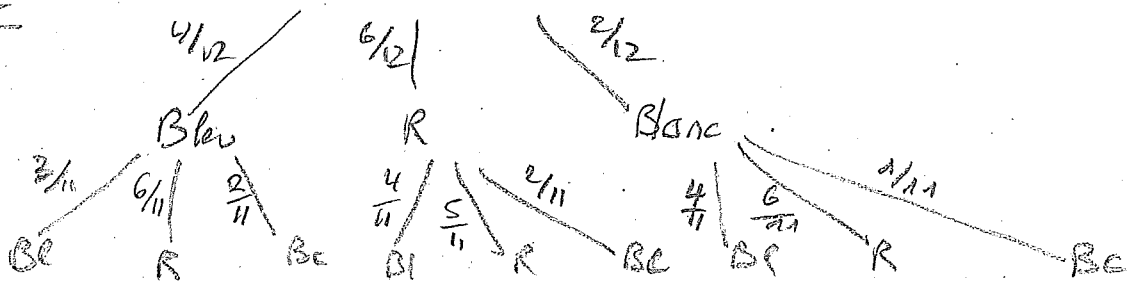
Issues favorables à Jean:

|            |       |      |
|------------|-------|------|
| Total = 10 | 6-3-2 | → 6x |
|            | 6-2-2 | 3x   |
|            | 5-4-1 | 6x   |
|            | 5-3-2 | 6x   |
|            | 4-4-2 | 3x   |
|            | 4-3-3 | 3x   |

+ 27 donc  $P("Somme = 10") = \frac{27}{216}$   
 $= 12.5\%$

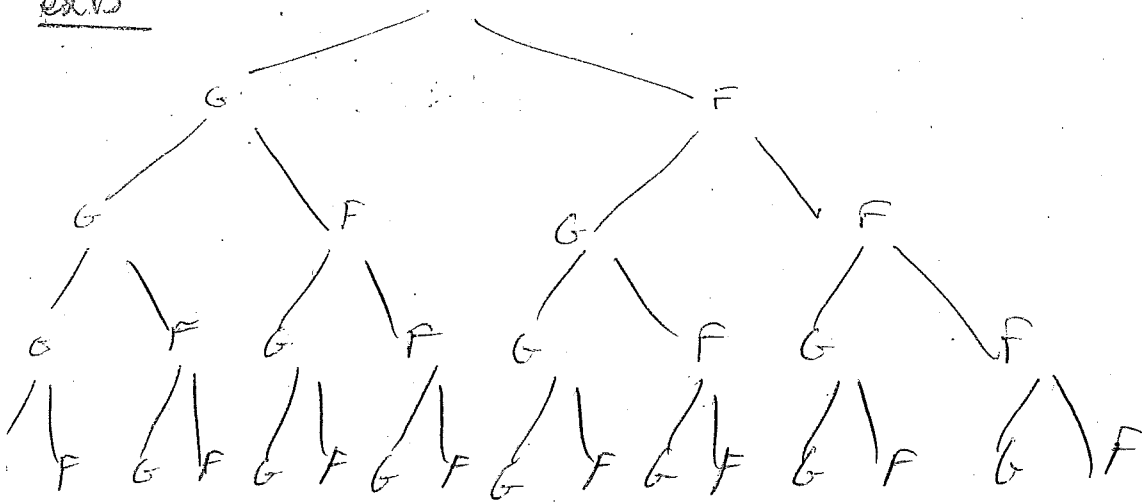
Jean a plus de chances de gagner

ex12



$$P(\text{"BeBe" ou "RR" ou "BeBe"}) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \dots = \frac{1}{3}$$

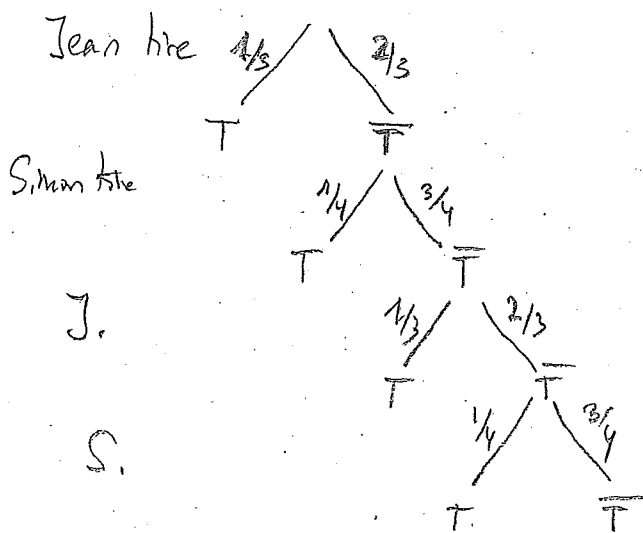
ex13



a)  $\left(\frac{100}{205}\right)^4 \approx 0,0566$  b)  $4 \cdot \left(\frac{100}{205}\right)^3 \cdot \frac{105}{205} \approx 29,4\%$

c)  $6 \left(\frac{100}{205}\right)^2 \left(\frac{105}{205}\right)^2 \approx 37,4\%$  d)  $4 \left(\frac{100}{205}\right)^3 \left(\frac{105}{205}\right)^3 \approx 26,2\%$  e)  $\left(\frac{105}{205}\right)^4 \approx 62\%$

ex15



a)  $P(\text{"Jean gagne"})$   
 $= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b)  $P(\text{"Simon gagne"})$   
 $= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \dots = \frac{1}{4}$

c) parce qu'il y a encore 1/3 de chance ou  
 personne ne gagne:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$   
 et alors:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$

?

A = "obtenir au moins un 6 avec 4 lancers"

B = "obtenir au moins un double 6 avec 24 lancers"

$$p(A) = 1 - p(\text{"aucun 6 avec 4 lancers"})$$

$$= 1 - p(\text{"pas de 6" puis "pas de 6" puis "pas de 6" puis "pas de 6"})$$

$$= 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 51,8\%$$

$$p(B) = 1 - p(\text{"aucun double 6 en 24 lancers"})$$

$$= 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 49,1\%$$

A est plus probable que B

ex 4

A = "toucher au moins une fois la cible en n lancers"

$\bar{A}$  = "ne jamais toucher la cible en n lancers"

$$p(A) = 1 - p(\bar{A})$$

$$= 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2}}_{n \text{ fois rater la cible}}$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{On veut } P(A) = 99\% \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0,99$$

$$\Leftrightarrow 0,01 = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow 0,01 = \frac{1}{2^n}$$

$$\Leftrightarrow 2^n = \frac{1}{0,01}$$

$$\Leftrightarrow 2^n = 100$$

Il faut donc  $n \geq 7$  lancers.

$$\left[ \text{on peut aussi résoudre avec } \ln: \ln 2^n = \ln 100 \right. \\ \left. \Leftrightarrow n \ln 2 = \ln 100 \Leftrightarrow n = \frac{\ln 100}{\ln 2} \approx 6,64 \right]$$

