Probabilités 1

Vocabulaire

expérience aléatoire, issue(s), univers, événement aléatoire ;
év. impossible, év. certain ; événements élémentaires (ou non) ;
événements incompatibles ou disjoints (ou non)

exemple	jet d'un dé truqué à 4 faces
Espace probabilisé fini	Loi de probabilité

Ev.él.	«obt 1»	«obt 2»	«obt 3»	«obt 4»
Prob.	0.5	0,1	0,25	0,15

A : «obtenir 3 » est un év. élémentaire

B : «obtenir >2 » n'est pas un év. élémentaire

C : «obtenir pair » n'est pas un év. élémentaire

A et *C* sont disjoints ; *B* et *C* non disjoints

p(A)=0.5 ; p(B)=0.4 ; p(C)=0.25

Dans un **arbre de classement,** on indique le long de chaque branche la probabilité associée.
Le **principe multiplicatif** dit que **la probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités le long de ce chemin**. **La probabilité de plusieurs chemins est égale à la somme des probabilités de chaque chemin**.

Dans le cas d'un ensemble fini équiprobable contenant *n* éléments, on a $p(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$
ce qui correspond à la **notion intuitive de probabilité**.

Ensemble probabilisé fini

on définit une probabilité sur un univers $\Omega \Leftrightarrow$
on associe à chaque év. al. *A* une probabilité *p*(*A*) tq :
Axiome 1 : $p(A) \geq 0$ pour tout événement *A*
Axiome 2 : $p(\Omega) = 1$
Axiome 3 : Si *A* et *B* sont incompatibles, alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
Si les probabilités des événements élémentaires sont toutes égales, on a un **ensemble fini équiprobable**.

Théorèmes

1] $p(\emptyset)=0$

2] Soient $A \subseteq \Omega$ et $B \subseteq \Omega$, alors $p(A \cup \overline{B}) = p(A) - p(A \cap B)$

3] Soient $A \subseteq \Omega$ et $B \subseteq \Omega$, alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

3] Soient $A \subseteq \Omega$ et $B \subseteq \Omega$, alors $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

La **probabilité conditionnelle** qu'un événement *A* se réalise <u>sachant que</u> *B* est réalisé est

$$P(A|B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Définition : *A* et *B* sont **indépendants**
$\Leftrightarrow P(A|B)=P(A)$ et $P(B|A)=P(B)$

Théorème :
A et *B* sont indépendants $\Leftrightarrow P(A \cap B)=P(A) \cdot P(B)$